

1985

5

A

NOTE DE SYNTHESED.E.S.S. EN INFORMATIQUE DOCUMENTAIRE LYONSUJET : DES PROBLEMES A FRONTIERE LIBRE

DANS LE DOMAINE BIOLOGIQUE OU MEDICAL

EMMANUEL FAURE JUIN 1985

INTRODUCTION

2025.0

Ayant passé, préalablement à ce D.E.S.S., une Maitrise de Mathématiques, Je me suis adressé à M BAYADA chercheur au centre de Mathématiques de l'INSA. Il travaille sur la modélisation des problèmes de lubrification.

Je tiens à remercier M Bayada d'avoir accepté de passer beaucoup de temps pour m'aider dans ce travail. En effet dans un domaine comme les Mathématiques, il existe un très grand décalage entre ce qui est appris en maitrise et ce qu'il est nécessaire de savoir pour comprendre des travaux de recherche. Faire une synthèse correcte dans un domaine demanderait d'y consacrer au moins une année de D.E.A par exemple.

Je tiens également à remercier le service de documentation du centre de recherche Clin-Midy dans lequel j'ai effectué mon stage de fin d'année et où j'ai pu interroger à de nombreuses reprises des bases de données afin de compléter cette recherche bibliographique. Ceci m'a permis d'acquérir une bonne expérience quant à l'interrogation de nombreux serveurs.

Cette note de synthèse est divisée en deux parties :

La première contient la description de la recherche documentaire et, en introduction, l'explication du sujet et son évolution en cours de travail.

La deuxième partie est la synthèse documentaire proprement dite. Composée de plusieurs chapitres, chacun se termine par une bibliographie spécifique. Chaque référence contient les éléments nécessaires à la commande de l'article auprès du service de documentation du CNRS. Les titres des périodiques sont accompagnés des numéros CNRS correspondant lorsqu'ils sont disponibles.

NOTE DE SYNTHESE

INTRODUCTION

RECHERCHE DOCUMENTAIRE

- Explication du sujet - son évolution
- Recherche automatisée
- Conclusion

SYNTHESE DOCUMENTAIRE

- Problème à frontière libre
- Articulation Synoviale
- Cavitation dans les articulations
- Concentration et diffusion d'oxygene dans une cellule
- Autres problèmes à frontière libre

### EXPLICATION DU SUJET - SON EVOLUTION

La première idée fut de rechercher les problèmes de type frontière libre dans les domaines biologiques ou médicaux.

Au début de la partie synthèse documentaire je donne une explication succincte de ce qu'est un problème à frontière libre.

Il apparut que cette question était, à l'évidence, bien trop large et surtout trop floue.

Faire une revue exhaustive des problèmes à frontière libre dans les domaines biologiques ou médicaux se heurtait au problème de lien interdisciplinaire entre les mathématiques et le domaine médical. Lors de l'interrogation de bases de données, par exemple MEDLINE, le souci des indexeurs n'est pas de faire ressortir les outils mathématiques utilisés dans les articles théoriques mais bien plus les résultats obtenus. Il fallait retrouver des résultats et des domaines liés par une méthode mathématique peu connue du monde médical. Il existe, d'autre part, très peu de bases de données proprement mathématiques et, dans une base pluridisciplinaire, les mots, par exemple, "frontière" ou "cavitation" ont des sens très divers.

Il était donc illusoire de vouloir faire une étude exhaustive.

Nous avons choisi de nous orienter vers l'étude des articulations synoviales qui font intervenir un lubrifiant : Le liquide synovial; puis d'étendre la recherche à quelques autres problèmes déjà connus ou découverts au cours des recherches bibliographiques.

Je n'ai pas voulu approfondir les recherches faites sur les différentes formulations mathématiques des problèmes mais faire apparaître les éléments nécessaires à des mathématiciens pour travailler sur ces domaines.

## RECHERCHE AUTOMATISEE

J'ai pu interroger de nombreuses bases de données et serveurs. Voici quelques stratégies de recherches avec les explications nécessaires sur les langages d'interrogation utilisés, ainsi que quelques remarques suggérées par ces interrogations.

### PLUSIEURS REMARQUES GENERALES

- Il est recommandé de préparer une stratégie de recherche avant de se connecter à une base mais le choix d'une base et même d'un serveur n'est pas facile. Seul DIALOG permet de rechercher les bases couvrant un certain domaine ( DIALINDEX ).

- Sur deux serveurs différents une même base ne s'interroge pas de la même façon. Les langages n'offrent pas tous les mêmes possibilités ; lors d'une interrogation sur DATA-STAR un mot libre sera cherché dans toute la référence alors que pour un autre serveur l'index principal ne contient pas les mots de tous les champs.

Une même question à une même base par deux serveurs différents pourra donner des réponses différentes.

- Lorsque trop de références répondent à une question et qu'il n'y a pas lieu de restreindre plus la question, il n'est pas possible de déterminer les articles les plus pertinents et il faut utiliser des artifices pour faire une sélection (recherche d'un mot dans le titre par exemple...).

- La pertinence des réponses n'est pas comparable d'une base à l'autre, chacune ayant une logique d'indexation très différente (thésaurus, lexique, concept codes, résumés plus ou moins complets...).

- Pour établir une bibliographie correcte sur un domaine précis il est nécessaire d'interroger plusieurs bases et de connaître bien chacune d'elles; il est illusoire de croire que l'on peut utiliser correctement cet outil si l'on n'en a pas une pratique régulière.

- Les résumés de plus en plus importants complétant les références bibliographiques (environ 60% dans BIOSIS ou MEDLINE) permettent de faire un tri rapide de celles qui ne sont pas pertinentes. Mais cela est souvent trompeur. Pour un article qui ne semble pas être très intéressant, il est tentant de se contenter de ce résumé qui n'est pas toujours objectif, surtout lorsque c'est un résumé d'auteur ou une partie de l'introduction de l'article.

Le risque est grand de voir se transformer les bases de données en un énorme condensé pré-digéré des connaissances scientifiques ; le fait de donner les résumés permettant de moins investir dans l'indexation des documents.

- Les références bibliographiques étant de plus en plus longues les opérateurs d'adjacence, de proximité... deviennent indispensables ( ils apparaissent maintenant dans QUESTEL+ qui sera bientôt disponible sur toutes les bases de téléystème.).

STRATEGIE DE RECHERCHE : MATHFILE (DIALOG)

? SFREE (1W)BOUDARY?  
 1 958 FREE (1W) BOUNDAR?  
 ? SMOVING (1W) BOUNDAR?  
 2 167 MOVING (1W) BOUNBAR?  
 ? C1+2  
 3 1090 1+2  
 ? SBIOMECHANIC?  
 4 52 BIOMECHANIC?  
 ? SLUBRICATION?  
 5 57 LUBRICATION?  
 ? SSYNOVIAL (1W) JOINT?  
 6 3 SYNOVIAL (1W) JOINT?  
 ? C4+5  
 7 109 4+5  
 ? C7\*3  
 8 15 7\*3  
 ? C6\*3  
 9 0 6\*3  
 ? SBIOLOGICAL?  
 10 1081 BIOLOGICAL?  
 ? C 3\*10  
 11 6 3\*10  
 ? C11-8  
 12 4 11-8  
 ? SBIO (1W) FLUID (1W) MECHANIC?  
 13 129 BIO? (1W) FLUID (1W) MECHANIC?  
 ? C13\*3  
 14 3 13\*3  
 ? C14-(8+11)  
 15 1 14-(8+11)  
 ? SMEDICAL?  
 16 510 MEDICAL?  
 ? C16\*3

17      5      16\*3  
 ? C17-(15+8+11)  
 18      5      17-(15+8+11)  
 ? T6/5/1-3  
 ? T8/5/1-15  
 ? T12/5/1-4  
 ? T15/5/1  
 ? T18/5/1-5

Explication des commandes

+, -, \* représentent respectivement les operateurs OU, SAUF, ET

(1W) représente l'adjacence avec un seul terme ou séparateur entre les deux mots

t6/5/1-3 est la demande d'impression des références de l'étape 6 avec le format 5 (éléments bibliographiques et résumé) du 1er au 3eme document

? représente la troncature illimitée

S veut dire SELECTIONNER

C veut dire COMBINER

Le premier numéro représente le numéro de l'étape, le second le nombre de réponses à la question

Remarque

J'ai été surpris par des résumés particulièrement complets qui permettent de faire une interrogation très fine si cela est nécessaire ; ce sont vraiment des analyses des articles ou livres, en texte libre dans la plupart des cas.

MATHFILE est pour ainsi dire la seule base proprement Mathématique qui donne de bien meilleurs résultats, dans ce domaine, que PASCAL par exemple.

STRATEGIE DE RECHERCHE : FLUIDEX (DIALOG)

? SJOINT?

1 2664 JOINT?

? SSYNOVIAL?

2 44 SYNOVIAL?

? C1\*2

3 41 1\*2

? SFREE(1W) BOUNDAR?

4 98 FREE(1W) BOUNDAR?

? SFREE(1W) BOUNDAR? (1W) PROBLEM?

5 25 FREE(1W) BOUNDAR? (1W) PROBLEM?

? C3\*4

6 0 3\*4

? C1\*5

7 0 1\*5

? C4\*(1+2)

8 0 4\*(1+2)

? SMATHEMATIC?

9 10293 MATHEMATIC?

? C9\*3

10 0 9\*3

? SHUMAN

11 441 HUMAN

? C1\*11

12 56 1\*11

? C12\*9

13 1 12\*9

? T13/5/1

? T5/5/1-25

Remarque

Cette base comprend surtout des documents techniques sur le comportement des fluides, pourtant j'ai pu obtenir des articles théoriques intéressants. J'ai également essayé ma stratégie sur plusieurs autres fichiers de DIALOG qui m'ont donné également quelques références. En travaillant de cette façon il n'est pas possible de connaître toute les bases sur lesquelles on travaille, en particulier connaître les thésaurus, lexiques... Le serveur DIALOG facilite pourtant cette méthode de travail puisqu'il met à disposition DIALINDEX qui permet de connaître toutes ses bases sur un même sujet.

STRATEGIE DE RECHERCHE : PASCAL (TELESYSTEME)

COMMANDE OU ETAPE DE RECHERCHE 18

?..HI

ETAPE FREQ

1	149	FRONTIERE LIBRE
2	447	FRONTIERE? ET LIBRE?
3	94	FREE BOUNDARY
4	463	1 OU 2 OU 3
5	5421	LUBRIFICATION+
6	2500	LUBRIFICATION+
7	5465	6 OU 5
8	315	SYNOVIAL ET JOINT+
9	404	ARTICULATION? ET SYNOVIALE?
10	11434	ARTICULATION?
11	11543	8 OU 9 OU 10
12	67	7 ET 11
13	0	12 ET 4
14	47761	MODELE MATHEMATIQUE
15	5	12 ET 14
16	0	4 ET (8 OU 9)
17	61	1 ET 3

COMMANDE OU ETAPE DE RECHERCHE 18

?..VI ET 15 MAX

?..VI ET 17 TEST

Remarque

PASCAL n'est pas totalement bilingue puisque 1 et 3 ne donne pas les mêmes résultats.

FRONTIERE LIBRE OU FREE BOUNBARY donne 182 réponses ce qui prouve qu'on ne peut pas se contenter d'utiliser les descripteurs Français si l'on a besoin de la réponse la plus exhaustive possible.

STRATEGIE DE RECHERCHE : BIOSIS (DATA-STAR)

D-S - SEARCH MODE - ENTER QUERY

1\_: MATHEMATICAL ADJ MODEL\$  
RESULT 3411

2\_: 1 AND CELL\$  
RESULT 510

3\_: 2 AND OXYGEN  
RESULT 33

4\_: 3 AND CONCENTRATION  
RESULT 10

5\_: FREE ADJ BOUNDAR\$  
RESULT 8

6\_: 1 AND 5  
RESULT 0

7\_: ..P 5/BIBL,AB/DOC=1-8

7\_: ..P 4/BIBL,AB/DOC=1-10

-----  
D-S - SEARCH MODE - ENTER QUERY

1\_: BIOMECHANIC\$  
RESULT 1088

2\_: BIOMATHEMATIC\$  
RESULT 210

3\_: 1 AND 2  
RESULT 0

4\_: 1 OR 2  
RESULT 1298

5\_: CAVITATION\$  
RESULT 383

6\_: 4 AND 5  
RESULT 0

7\_: 4 AND JOINT\$  
RESULT 663

8\_: 7 AND LUBRICATION\$  
RESULT 2

9\_: 5 AND JOINT\$ AND HUMAN  
RESULT 29

10\_: 9 AND 4  
RESULT 0

11\_: ..P 8/BIBL,AB/DOC=1-2

11\_: ..P 9/BIBL,AB/DOC=1-29

#### Remarque

Dés que la question ne concerne plus directement le domaine biologique ou médical il est difficile d'utiliser les concept-codes

BIOSIS s'avère être une base difficile à interroger si elle n'est pas parfaitement connue.

STRATEGIE DE RECHERCHE : MEDLINE (DATA-STAR)

D-S - SEARCH MODE - ENTER QUERY

1\_: FREE ADJ BOUNDAR\$

RESULT 15

2\_: 1 AND MATHEMATIC\$

RESULT 0

3\_: OXYGEN

RESULT 56141

4\_: 3 AND MATHEMATIC\$

RESULT 169

5\_: 4 AND MODELS-THEORETICAL

RESULT 1

6\_: 4 AND MODELS-BIOLOGICAL

RESULT 37

7\_: 5 OR 6

RESULT 37

8\_: 7 AND CELL\$

RESULT 11

9\_: ..P 1/BIBL,AB/DOC=1-15

9\_: ..P 5/BIBL,AB/DOC=1

9\_: ..P 8/BIBL,AB/DOC=1-11

Explication des commandes

ADJ représente l'adjacence

\$ représente la troncature illimitée

Les mots doubles séparés par un tiret sont des mots du thésaurus

## CONCLUSION

Les recherches manuelles que j'ai pu faire ont surtout consisté à étudier les bibliographies des articles que j'avais obtenus par les bases de données.

L'accès aux documents primaires est quelque chose d'assez "folklorique" pour celui qui n'en a pas l'habitude.

Pour un étudiant travaillant à la Doua, cela revient moins cher de commander un article par le pret-inter plutôt que de se déplacer à la bibliothèque de médecine.

Pour des articles commandés à la même date au CNRS les délais d'obtention varient d'une semaine à plus de deux mois et cela même pour des articles d'une même revue.

Il est souvent plus rapide de commander le document à la BLLD en Angleterre plutôt qu'au CNRS ou dans une B.U.

Les actes de congrès sont référencés dans les bases de données alors qu'il est très difficile de les consulter.

Il est regrettable que la plupart des livres ou revues, achetés dans les Universités, ne soient pas disponibles facilement. Il est regrettable que les étudiants doivent quémander une autorisation d'un PROFESSEUR pour simplement consulter un article dans une bibliothèque d'U.E.R. Interdire l'accès à des livres ou revues pour les protéger, les répartir sur plusieurs kilomètres...Voilà le temps perdu que les bases de données permettent de regagner...C'est une preuve, si elle était nécessaire, de leur utilité.

M Bayada m'a fait comprendre l'intérêt des contacts avec les autres chercheurs qui peuvent avoir les mêmes préoccupations. Nous avons écrit à plusieurs d'entre-eux et cela a été positif. Cela reste le moyen privilégié et le plus efficace, utilisé par les chercheurs en Mathématiques lorsqu'ils veulent faire une synthèse sur un domaine.

**SYNTHESE DOCUMENTAIRE**

### PROBLEME A FRONTIERES LIBRES

Un problème à frontières libres peut être défini comme étant une équation (aux dérivées partielles) dont les inconnues sont :

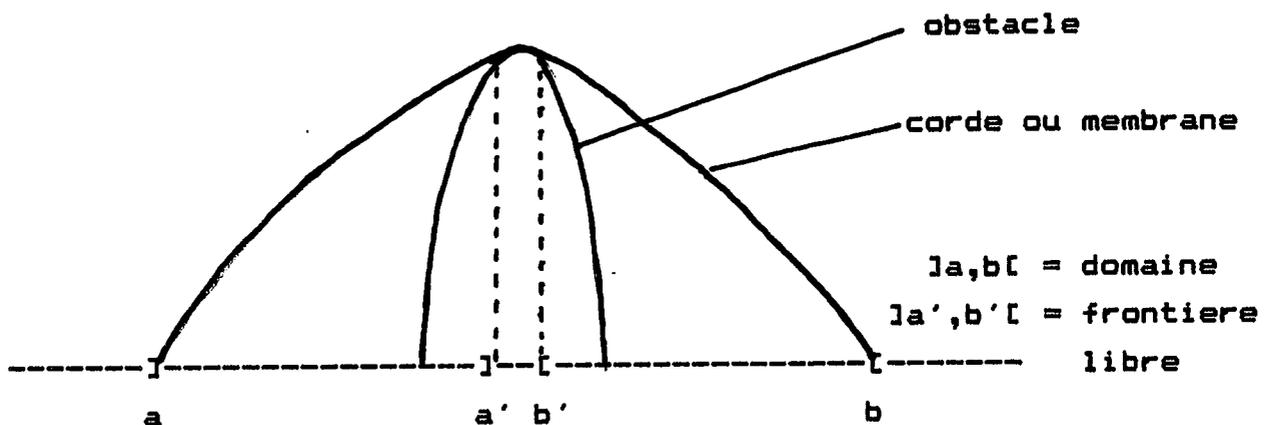
- La fonction, solution proprement dite de l'équation. Généralement cette fonction représente une grandeur "classique" : Déplacement, Pression, Concentration, Température...

Cette fonction est définie sur un domaine connu.

- La partie du domaine dans laquelle la fonction inconnue vérifie une contrainte supplémentaire. Cette région est déterminée par sa frontière.

(La partie de) la frontière qui est inconnue est appelée frontière libre.

Le problème modèle est celui de l'obstacle, qui considère une membrane tendue sur un obstacle. La fonction considérée est alors le déplacement vertical de la membrane et la frontière libre, la frontière de la zone de contact entre la membrane et l'obstacle.



. Un autre problème à frontière libre typique, appelé problème de Stefan est le problème par exemple d'un glaçon dans de l'eau. La surface du glaçon évolue constamment.

Parmi les problèmes à frontière libre on trouve les problèmes de lubrification, de cavitation, de diffusion d'un gaz ou d'un liquide, d'interface liquide-liquide, liquide-gaz, gaz-gaz.

Il est donc évident que beaucoup de problèmes liés au corps humain puissent apparaître comme des problèmes à frontière libre, domaine dans lequel les mathématiques peuvent contribuer à de nombreux progrès médicaux.

## ARTICULATION SYNOVIALE

### INTRODUCTION

Il paraît important de comprendre les mécanismes responsables du fonctionnement idéal de l'articulation naturelle afin de suggérer des thérapeutiques pour le traitement des ostéoarthroses qui semblent associées à des niveaux de frottement élevés, et améliorer les conceptions de prothèses qui devraient mieux se conformer aux mécanismes naturels.

De nombreux chirurgiens, mécaniciens, biophysiciens et mathématiciens ont publié des articles de synthèse retracant les progrès faits dans l'étude de la lubrification des articulations synoviales : DOWSON (1983) [1] fait un historique de ces recherches et donne une importante bibliographie commençant avant les années 60. MOW et LAI (1980) [2] font une synthèse très détaillée des propriétés mécaniques de l'articulation synoviale et donnent également une bibliographie particulièrement riche (160 références) de même que KENEDI (1973) [3], FREEDMAN (1972) [4], APLEY (1972) [5], WRIGHT (1969) [6].

Beaucoup de problèmes traitant du système "muscles-squelette" sont mécaniques par nature.

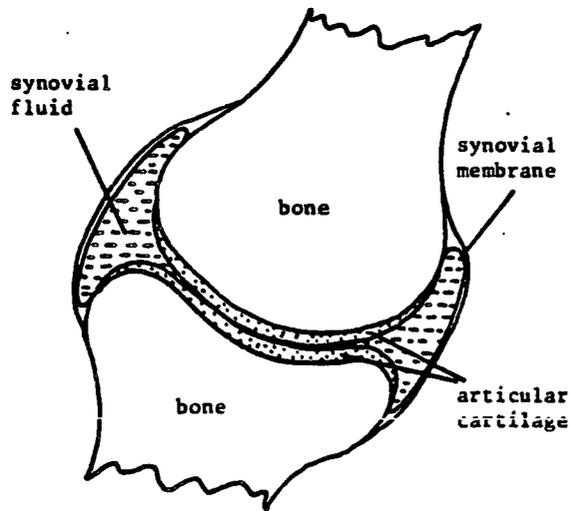
La fonction de base du squelette est de porter les charges que nous lui imposons, à commencer par nous même. Les propriétés fondamentales, mécaniques et physiques de tous les tissus associés doivent être caractérisées. Il faut comprendre les relations entre structures, formes et fonctions du système.

La locomotion est une des fonctions fondamentales du corps. C'est le résultat d'une combinaison extrêmement complexe d'interactions entre le système musculaire et la structure du squelette.

La locomotion du système muscles-squelette est possible car le corps est doté d'une multitude d'articulations synoviales bougeant

librement. Ces articulations doivent mouvoir de lourdes charges à des petites vitesses, il est remarquable qu'elles soient pratiquement sans frottement.

La (les ?) théorie de la lubrification appliquée aux articulations synoviales conduit à de nombreux problèmes mathématiques.



Diagrammatic Representation of  
Synovial Joint.

## DESCRIPTION DE L'ARTICULATION SYNOVIALE

En anatomie le terme articulation désigne l'ensemble des moyens d'union de deux pièces du squelette entre elles. Il n'implique pas obligatoirement la notion de mobilité, puisque des articulations fixes unissent les os du crane.

Les articulations des os entre eux comprennent trois variétés :

- La Synarthrose ou articulation immobile.
- L'amphiarthrose ou articulation semi-mobile, caractérisée par l'existence d'un ligament interosseux.
- La diarthrose ou articulation synoviale, qui comporte une membrane synoviale.

### LES DIARTHROSES

Une diarthrose, articulation mobile, se caractérise par l'existence d'une cavité synoviale vraie. Elle s'observe principalement au niveau des membres, en particulier à l'union des os longs.

### STRUCTURE

Les os longs des membres se mettent en rapport par leurs extrémités ou épiphyses. L'une est convexe, l'autre concave, et toutes deux sont recouvertes d'un cartilage articulaire à surface lisse (surface articulaire). L'épaisseur du cartilage, proportionnelle aux forces de pressions qu'il subit, est plus important au niveau des membres inférieurs.

### LA SYNOVIALE

C'est la membrane conjonctive mince, riche en vaisseaux. qui s'insère à la périphérie du cartilage et relie les deux surfaces

articulaires. Elle sécrète le liquide synovial qui lubrifie le cartilage.

### LA CAPSULE ARTICULAIRE

Elle forme un manchon fibreux tendu d'une épiphyse à l'autre. Élastique, résistante, elle maintient les os en place, elle peut s'insérer au ras du cartilage (épaule) ou à distance (hanche).

### LES LIGAMENTS

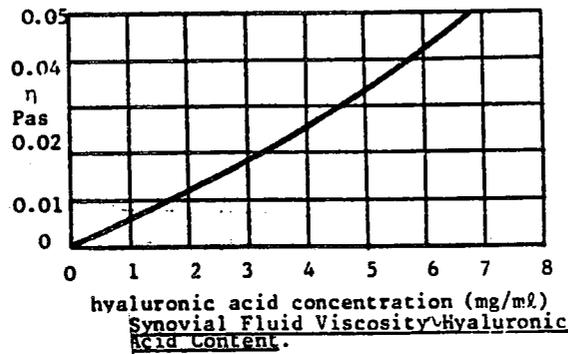
Ce sont des bandelettes fibreuses tendues d'un os à l'autre à la surface de la capsule. Le rôle des ligaments est de limiter la mobilité articulaire.

Lorsque les surfaces articulaires ne sont pas concordantes, elles s'enrichissent de formations fibro-cartilagineuses (bourelets, ménisques...).

Dans l'étude de la lubrification de l'articulation synoviale deux éléments vont jouer un rôle prépondérant : le liquide synovial et le cartilage articulaire. Afin de construire un modèle mathématique représentant correctement la réalité il est indispensable de connaître "parfaitement" les propriétés rhéologiques du liquide synovial et du cartilage articulaire. On en trouve une description particulièrement complète dans "Recent developments in synovial joint biomechanics" de MOW et LAI [2] ou encore dans [7]...

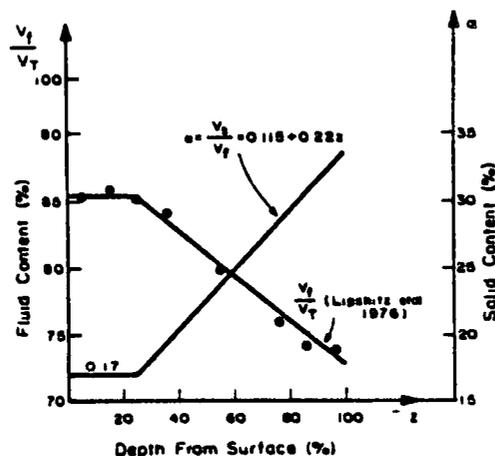
### LE LIQUIDE SYNOVIAL

Le liquide synovial est sécrète dans la cavité synoviale par la membrane synoviale, c'est une solution macromoléculaire concentrée de plasma sanguin et d'acide hyaluronique. La présence de macromolécules lui donne les propriétés des liquides non newtonniens [8], [9]. Mais la composition et les caractéristiques du liquide synovial ne sont pas stables (dépolymerisation, concentration de l'acide hyaluronique) suivant les différents états de l'articulation (age, maladie...). Ceci complique considérablement l'étude mécanique du liquide synovial. [7], [10], [11], [14], [21].



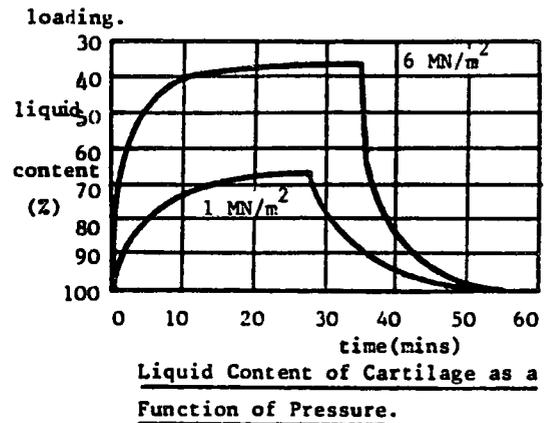
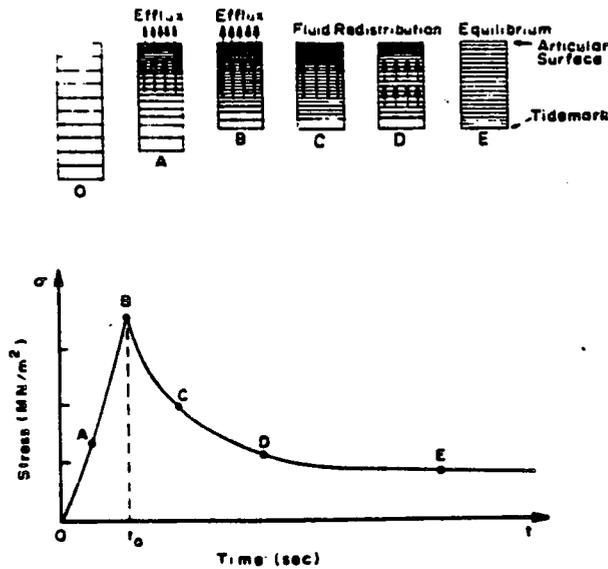
### CARTILAGE ARTICULAIRE

Le cartilage comprend des cellules, appelées chondrocytes, dont la dimension est de l'ordre de 25 microns ; elles se situent dans une sorte de logette, le chondroplaste, creusée dans la substance intercellulaire ou substance fondamentale. Celle-ci à une consistance solide mais souple. Elle se compose d'un mucopolysaccharide formé par polymérisation de l'acide chondroïtine sulfurique (associant lui-même acide glycuronique et glycosamine). Des fibres de collagènes parcourent la substance fondamentale. De par sa composition le cartilage articulaire est poreux et peut contenir jusqu'à 70 à 80% de liquide.



Variation of water content in articular cartilage with depth from the surface:  $V_f/V_T$  = porosity,  $V_f/V_T$  = fluidity and  $V_s/V_T$  = solid content (Lipshutz, Ethendge, Glimcher [94])

On trouve beaucoup d'études sur le cartilage articulaire se proposant de déterminer sa perméabilité, son comportement sous charge ou dans le genou lors de la marche. [1], [2], [4], [12], [13].



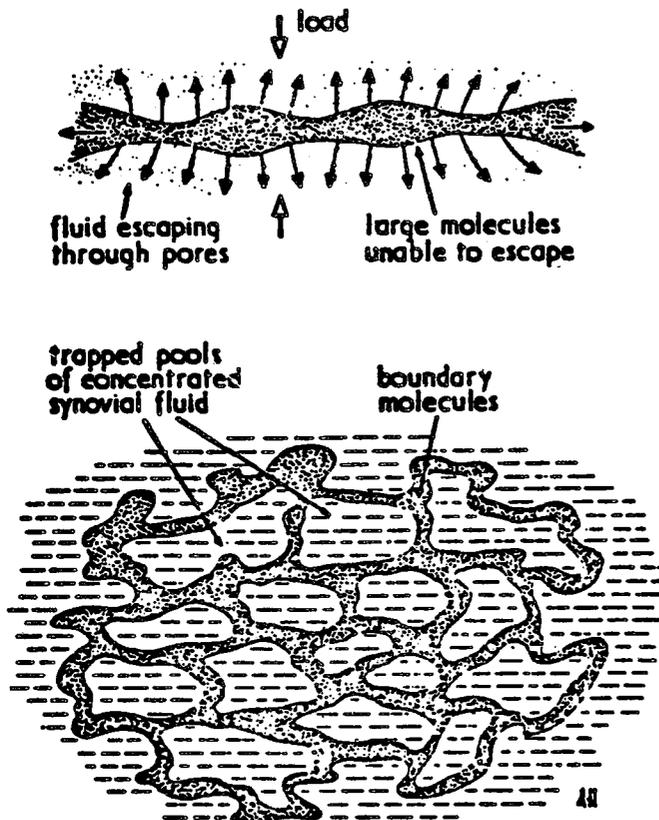
Stress history exhibited by articular cartilage during constant strain rate confined compression: AB = compression phase and BCDE = relaxation phase. Boxes A and B depict fluid exudation and fluid movement within the tissue during the compression phase and boxes C, D and E depict fluid redistribution during the relaxation phase of the experiment.

## PRINCIPE DE LA LUBRIFICATION DANS L'ARTICULATION SYNOVIALE

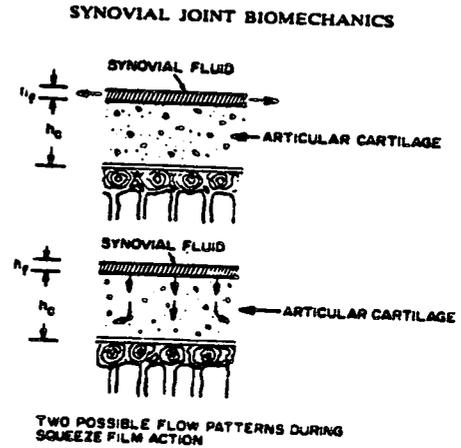
[15], [2], [16], [8].

Les deux éléments principaux constituant l'articulation sont le liquide synovial, liquide non newtonien, et le cartilage articulaire, solide poreux.

Lorsque une surface de l'articulation exerce une charge sur l'autre surface, l'espace entre les deux diminue progressivement jusqu'à quelques dizaines d'angstroms. La phase aqueuse du liquide synovial est exprimée, laissant une concentration locale de molécules de mucine dans la zone chargée. Au delà d'un niveau critique de concentration, les molécules à longue chaîne ont alors tendance à s'ancrer sur les surfaces cartilagineuses, stabilisant ainsi la couche lubrificatrice instantanée.



Schematic diagram depicting the boosted lubrication theory

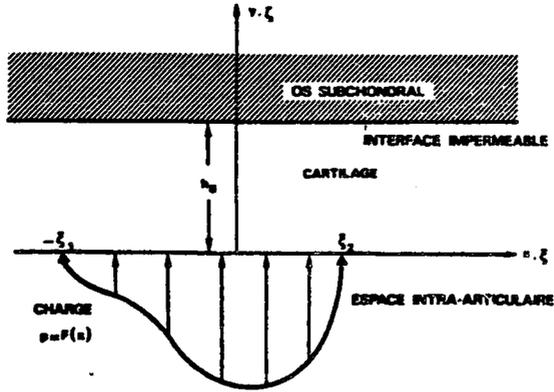


A ce phénomène s'ajoute, pour des charges plus élevées, une exudation de fluide de la matrice du cartilage, lors de sa compression, modifiant ainsi l'épaisseur de la couche lubrifiante. En effet le fluide synovial contenu dans les pores du cartilage subit deux forces opposées et développe, pour une compression du cartilage :

- une vitesse relative vers la surface due au déplacement de celle-ci vers l'os subchondrial.
- une vitesse vers l'os (en sens opposé au gradient de pression) conforme à la loi de Darcy pour un écoulement dans un milieu poreux

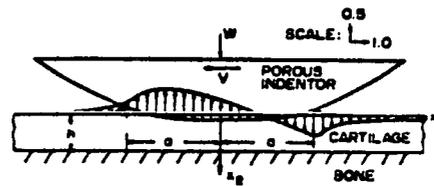
Lorsque l'articulation n'est plus soumise à la pesanteur, les vitesses changent de directions.

Le mouvement des mucines est dirigé vers la surface du cartilage lorsqu'on appuie sur celui-ci. Ceci assure l'alimentation d'une couche lubrifiante pendant la phase de charge et une réabsorption dans le cartilage lors de la décharge.

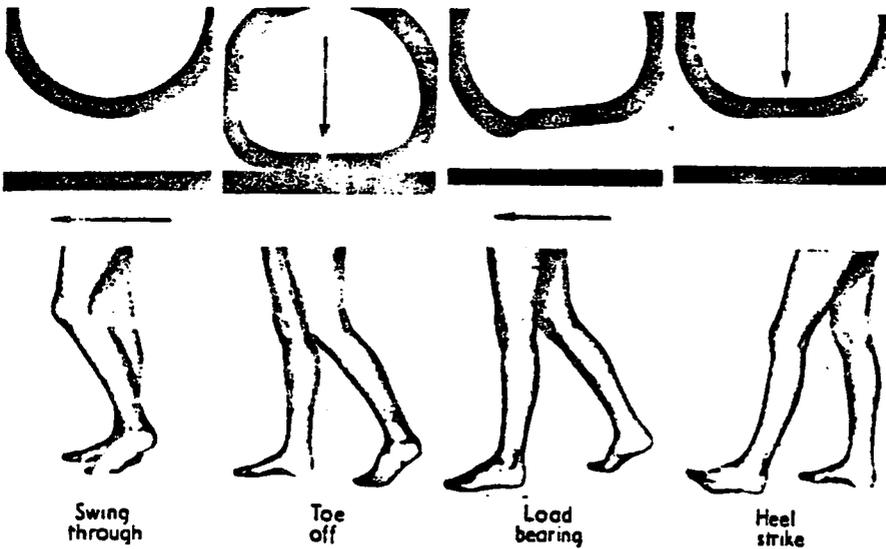


- Charge sur une surface de cartilage articulaire.

On trouve de nombreuses études sur les effets d'une charge ou de la marche sur l'articulation synoviale [2], [15], [17], [13].



Pattern of predicted fluid exudation and imbibition over the articular surface resulting from a nonaxisymmetric, free-draining ( $\beta = 0$ ), moving indenter.  $V$  is the speed of horizontal translation, and  $W$  is the resultant line load of  $P_2(x, z)$  applied onto the indenter. We see that fluid exudation occurs in front of and beneath the leading portion of the moving indenter, and fluid exudation occurs after the load passes (Lai and Mow [82]).



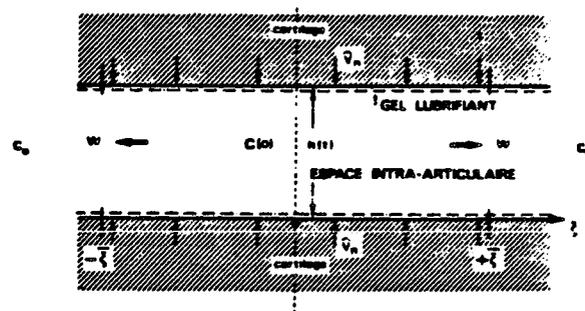
" Une analyse globale et relativement simple de la formation de couches lubrifiantes de mucopolysaccharides sur les surfaces articulaires fournit une relation directe entre le cycle de charge, les propriétés physiques du cartilage et des composants du fluide synovial, et la concentration de molécules de mucine. " [15]

L'analyse se déroule en deux étapes :

- Echange de fluide à travers les surfaces articulaires déformables.
- Variations de concentration de mucopolysaccharide dans l'espace articulaire.

En effet le cartilage agit comme un filtre, il est perméable à l'eau et aux solutés de faibles poids moléculaires, excluant ainsi le passage d'hyaluronate. IL est retenu dans l'espace articulaire.

Cette accumulation d'hyaluronate constitue le gel qui fournit le facteur lubrifiant de surface, essentiel au fonctionnement normal de l'articulation. [19]



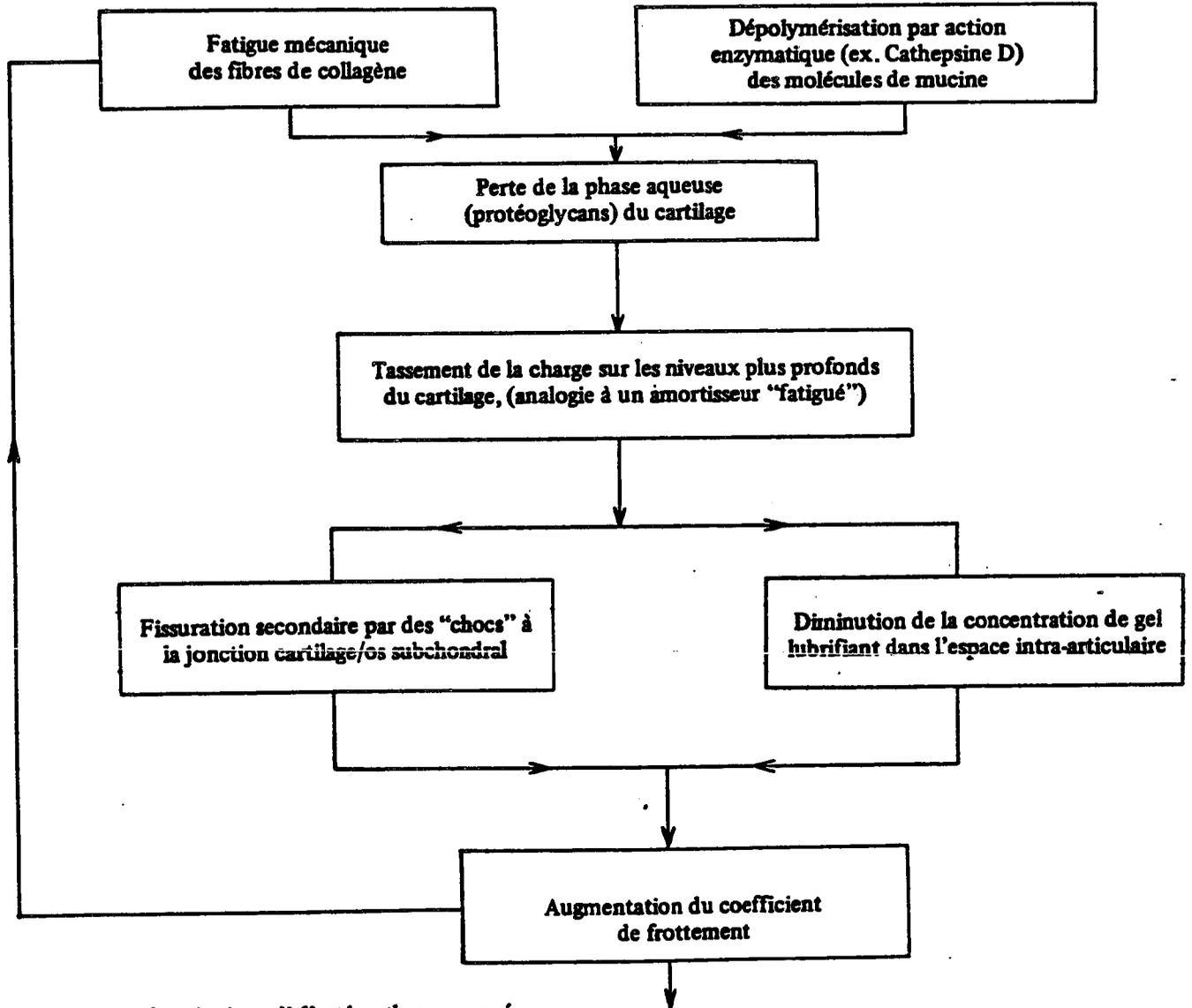
Transport des macromolécules dans l'espace intra-articulaire.

Ceci fait l'objet de plusieurs théories générales (Boosted lubrication) [16], (Weeping lubrication) [20], jugées non exclusives [12], [2].

Cette modélisation est rendue plus complexe par la difficulté de définir une articulation normale ; ce rôle de filtre joué par le cartilage et cette variation de concentration dépendent de nombreux facteurs.

Ceci nécessite l'étude des dysfonctionnements de l'articulation. Il est possible, par exemple, pour certains cas pathologiques caractérisés par l'augmentation de la perméabilité du cartilage (micro-fissures) que le flux de fluide à travers la surface articulaire soit inversé, lubrifiant celle-ci seulement lors de la décharge, ce qui est tout à fait contraire aux besoins.

Un déséquilibre des transferts à travers la couche de cartilage rend celle-ci plus déformable, augmentant les contraintes dans les fibres de collagène, les brisant, et laissant partir ainsi les protéoglycans à travers les micro-fissures créées dans la surface cartilagineuse.



### CONCLUSION

A noter les articles de synthèse qui comportent des bibliographies impressionnantes : [2], [1].

Un article sur les problèmes mathématiques liés aux milieux poreux : [21]

**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] The lubrication of synovial joints  
DOWSON D.  
Comptes rendus du neuvieme congres de mecanique appliquee  
Universite de Saskatchewan, Saskatoon, 30 mai-3 juin 1983
- [2] Recent development in synovial joint biomechanics  
VAN C. MOW ; W. MICHAEL LAI  
SIAM Review ; 1980 ; vol 22 ; no 3 ; pp 275-317
- [3] Perspectives in biomedical engg.  
R. M. KENEDI  
Mac Milan Press (London) 1973
- [4] Adult articular cartilage  
M. A. R. FREEMAN  
Pitman Medical (London) 1972
- [5] Modern trends in orthopaedics  
A. B. APLEY  
Butterworth (London) 1972
- [6] Lubrication and wear in joints  
V. WRIGHT  
Sector Publ. (london) 1969
- [7] Rheological study of human synovial fluid  
B. BLOCH ; L. DINTENFASS  
Australian and New Zealand journal of surgery ; 1963 ; 33 ;  
pp 108-113 ; no CNRS 01030
- [8] The influences of couple stresses in squeeze films  
N. M. BUJURKE ; G. JAYARMAN  
International journal of mechanical sciences ; 1982 ; .vol 24 ;  
no 6 ; pp 369-376 ; no CNRS 01321

- [9] Micropolar fluid film lubrication between two parallel plates with reference to human joints  
K. M. NIGAM ; K. MANOHAR ; S. JAGGI  
International journal of mechanical sciences ; 1982 ; vol 24 ; no 11 ; pp 661-671 ; no CNRS 01321
- [10] Rheological evidence for the existence of dissociated macromolecular complexes in rheumatoid synovial fluid  
J. FERGUSON ; J. A. BOYLE ; G. NUKI  
Clinical science ; 1969 ; 37 ; pp 739-750 ; no CNRS 03765
- [11] Articular cartilage proteoglycans in aging and osteoarthritis  
S. INEROT ; D. HEINEGARD ; L. AUDELL ; E. OLSSON  
Biochemical journal ; 1978 ; 169 ; pp 143-156 ; no CNRS 05003
- [12] A new model of articular cartilage in human joints  
F. F. LING  
Journal of lubrication technology ; TRANS. ASME ; serie F ; 1974 ; vol 96 ; no 3 ; pp 449-454 et 507 ; no CNRS 06120 F
- [13] Some new evidence on human joint lubrication  
A. UNSWORTH ; D. DOWSON ; V. WRIGHT  
Annals of the rheumatic diseases ; 1975 ; 34 ; pp 277-285 ; no CNRS 06381
- [14] Second-grade fluid film lubrication in hertzian contacts with reference to synovial joints  
K. M. NIGAM ; N. M. BURJURKE ; M. P. SINGH ; K. MANOHAR  
Wear ; 1983 ; 84 ; pp 261-274 ; no CNRS 08579
- [15] Une nouvelle theorie globale de la lubrification des articulations  
R. COLLINS  
La houille blanche ; 1978 ; 3 ; pp 212-219 ; no CNRS 06153
- [16] Analysis of "Boosted lubrication" in human joints  
D. DOWSON ; A. UNSWORTH ; V. WRIGHT  
Journal of mechanical engineering science ; 1970 ; val 12 ; no 5 ; pp 364-369 ; no CNRS 01213

- [17] Effects of rotation on the lubrication characteristics of knee joints during normal articulation  
P. N. TANDON ; R. S. GUPTA  
Wear ; 1972 ; 80 ; pp 183-195 ; no CNRS 08579
- [18] The effect of rotational inertia on the squeeze film load between porous annular curved plates  
J. L. GUPTA ; K. H. VORA ; M. V. BHAT  
Wear ; 1982 ; 79 ; pp 235-240 ; no CNRS 08579
- [19] Studies on formation of hyaluronic acid films  
A. MAROUDAS  
Ed V. WRIGHT ; Sector (London) ; 1969 ; p 124
- [20] The frictional properties of animal joints  
C. W. McCUTCHEN  
Wear ; 1962 ; 5 ; pp 1-17 ; 08579
- [21] On the mathematical theory of porous metal bearings  
G. CIMATTI  
Meccanica giugno ; 1980 ; pp 112-117

### CAVITATION DANS LES ARTICULATIONS DES DOIGTS

Ce deuxième problème se rapproche du précédent par le fait qu'il considère également une articulation synoviale.

L'étude porte plus particulièrement sur la propriété de certaines articulations de pouvoir "craquer". Ce phénomène se retrouve dans toutes les articulations, mais pour les doigts, il se produit un bruit sec plus caractéristique.

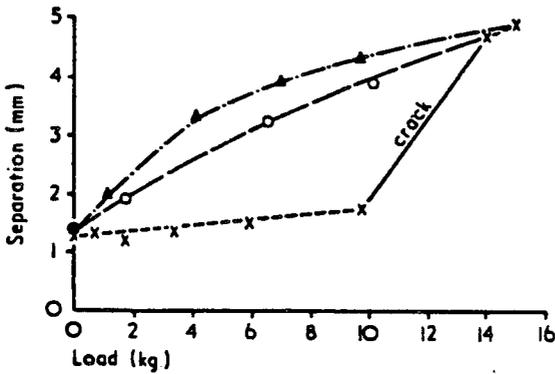
Depuis longtemps des phénomènes de cavitation et de formation de bulles de gaz dans les articulations synoviales ont été mis en évidence par FICK (1911), DITTMAR (1933), NORDHEIM (1938), puis par ROSTON et WHEELER HAINES [1].

Une analyse montre que le liquide synovial contient en moyenne 15% de gaz. UNSWORTH, DOWSON, WRIGHT [2], [3] montrent que ces bulles de gaz formées dans l'articulation sont l'effet et non la cause du craquement et que le bruit produit est causé par la cavitation.

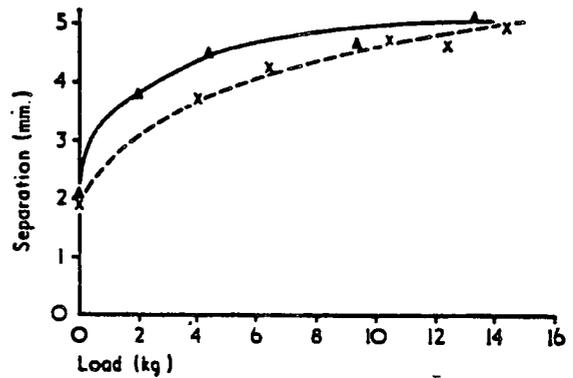
Ce phénomène ne se retrouve pas chez toutes les personnes et on remarque qu'après qu'une articulation ait "craqué" il est nécessaire, en moyenne, d'attendre 20 minutes pour que le phénomène puisse se reproduire.



*Radiograph of metacarpophalangeal joint after cracking. Note increased joint separation and contrasted area within joint space.*



*Typical load-separation curve for a cracking joint. Note similarity between upper (re-load) loop and the loop of Fig. 4.*



*Typical load-separation curve for a non-cracking joint. Note absence of a sudden 'jump' in separation value (compared with Fig. 3).*

Une étude géométrique sur le majeur montre que la région de contact peut être représentée par une sphère. UNSWORTH [3] établit une relation entre la pression dans le liquide synovial et la charge appliquée sur le doigt.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Cracking in the metacarpophalangeal joint  
 J. B. ROSTON ; R. HAINES  
 Journal of anatomy ; 1947 ; 81 ; pp 165 ; no CNRS 00989
- [2] Cracking joints : A bioengineering study of cavitation in  
 the metacarpophalangeal joint  
 A. UNSWORTH ; D. DOWSON ; V. WRIGHT  
 Annals of the rheumatic diseases ; 1971 ; 30 ; pp 348-358 ;  
 no CNRS 06381
- [3] Cavitation in human joints  
 A. UNSWORTH  
*Proc. of the 1st Leeds-Lyon Symposium  
 on Tribology (Sept. 1974) ; p. 119.*  
*Edited by D. DOWSON, M. GODDET, and G.P. TAYLOR*  
*Published by Mechanical Engineering Publications Limited*  
*for Institute of tribology, Leeds University*  
*and I.N.S.A LYON*

## CONCENTRATION ET DIFFUSION D'OXYGENE DANS UNE CELLULE

L. COLLATZ dans un article sur les problèmes à frontière libre [1], traite en exemple un modèle étudiant la concentration d'oxygène entrant dans une cellule. Il ne traite que le problème mathématique sans expliquer le fondement biologique de ce travail, [4], et se contente d'expliquer que cela a un grand intérêt pour la recherche sur le cancer.

Le succès des traitements des cancers par radiothérapie suppose d'être capable d'appliquer des doses de radiations suffisamment fortes pour agir sur les cellules cancéreuses sans causer de dommage aux cellules saines.

La sensibilité des cellules aux radiations croît avec l'augmentation de la concentration d'oxygène dans la tumeur [2]. Le taux de radiation, pour obtenir le même degré de destruction sur des cellules totalement privées d'oxygène, sera deux à trois fois plus élevé que sur des cellules oxygénées. Cette propriété de l'oxygène permet de n'utiliser que de faibles doses de radiation pour détruire les cellules cancéreuses et, par la même, de préserver les tissus sains.

Pour introduire l'oxygène dans la tumeur une méthode consiste à exposer la surface de la tumeur à une forte concentration d'oxygène avec de fortes pressions jusqu'à atteindre un stade où il n'y a plus de pénétration. A la surface, la concentration peut être considérée comme proportionnelle à celle de la source d'oxygène et il existera un point dans le tissu où la concentration est encore nulle.

Le traitement par radiation doit tenir compte des concentrations d'oxygène dans la tumeur et se pose donc le problème de la diffusion à l'intérieur des tissus comme celui de l'absorption de l'oxygène.

On trouve une formulation mathématique de ce problème dans [3], [4]. Et d'autres problèmes similaires dans [5], [6], [7], [8]

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Monotonicity and free boundary value problems  
L. COLLATZ  
Lecture notes in mathematics ; 1980 ; 773 ; pp 33-45 ;  
no CNRS 12007
- [2] Radiobiology for the radiobiologist  
E. J. HALL  
Happer and Row (New York) 1978
- [3] A model of oxygen diffusion in absorbing tissue  
A. I. LIAPIS ; G. G. LIPSCOMB ; D. K. CROSSER  
Mathematical modeling ; 1982 ; 3 ; pp 83-92 ; no CNRS 18808
- [4] A moving boundary problem arising from the diffusion of oxygen  
in absorbing tissue  
J. CRANK ; R. S. SUPTA  
Journal of the institute of mathematics and its applications ;  
1972 ; 10 ; pp 19-33 ; no CNRS 13590
- [5] A simple model for simulation of oxygen transport in the  
microcirculation  
P. T. BAXLEY ; J. D. HELLUMS  
Annals of biomedical engineering ; 1983 ; II ; pp 401-416 ;  
no CNRS 16113
- [6] Facilitated transport of oxygen in the presence of membranes  
in the diffusion path  
M. GONZALEZ-FERNANDEZ ; E. ATTA  
Biophysical journal ; 1982 ; 38 ; pp 133-141 ; no CNRS 01760
- [7] The stefan problem : comments on its present stade  
L. RUBINSTEIN  
Journal of the institute of mathematics and its applications ;  
1979 ; 24 ; pp 259-277 ; no CNRS 13590

- [8] A new method for breath to breath determination of oxygen flux accross the alveolar membrane  
J. GRONLUND  
European journal of applied physiology ; 1984 ; 52 ;  
pp 167-172 ; no CNRS 00892
- [9] The blood oxygen transport system.  
A numerical simulation of capillary-tissue respiratory gas exchange  
J. H. MELDON ; L. GARBY  
Acta medica Scandinavica ; 1975 ; 578 ; pp 19- 29 ;  
no CNRS 00893

## AUTRES PROBLEMES A FRONTIERES LIBRES

Au cours des recherches documentaires, j'ai pu découvrir des articles exposant des sujets, ou interviennent des problèmes à frontière libre, très différents les uns des autres. Ou bien des articles faisant apparaître un problème intéressant sans le développer et pour lequel je n'ai pas eu le temps ou la possibilité de faire plus de recherche.

### CROISSANCE DU LICHEN [1]

Le mécanisme de la croissance du lichen est étudié afin de déterminer sa taille et son poids :

- Production d'hydrate de carbone par photosynthèse
- Consommation d'une partie de l'hydrate de carbone pour épaissir le lichen
- Diffusion du reste vers la couche externe du lichen, consommé pour accroître la taille

Cet article donne une formulation mathématique d'un modèle, permettant d'étudier les concentrations, faisant intervenir un problème à frontière libre.

### TRANSFERT A TRAVERS DES MEMBRANES SEMI-PERMEABLES DEFORMABLES

[2] Pages 273-275

L. RUBINSTEIN expose dans cet article plusieurs problèmes de stefan, à titre d'exemple, dont celui-ci qui intéresse plus directement le domaine biologique.

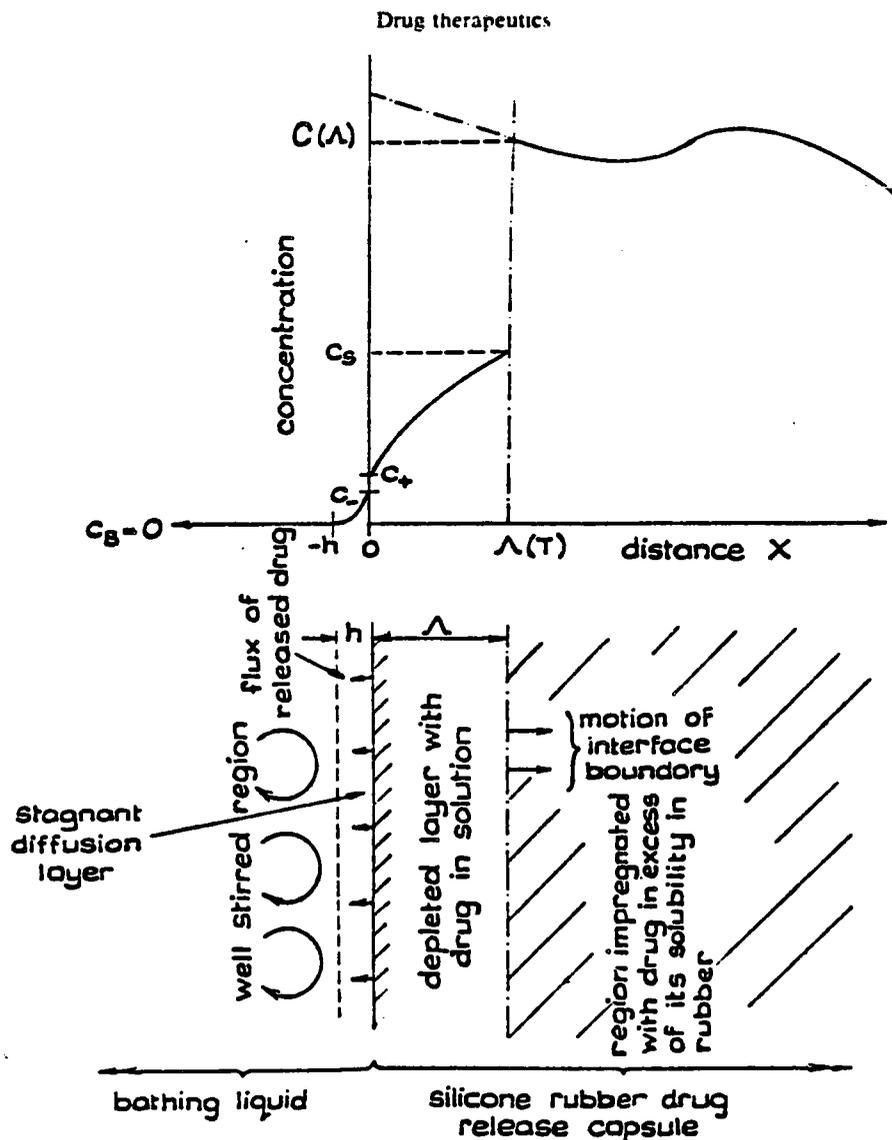
Il expose en particulier des problèmes de diffusion d'eau dans un tissu immergé dans une solution hypotonique ou hypertonique.

Une description plus détaillée de ce problème se trouve dans [4].

NOUVELLE METHODE D'ADMINISTRATION DE MEDICAMENTS [3]

Une méthode pour administrer un médicament consiste à imprégner une capsule avec ce produit. Celle-la est ensuite implantée, généralement sous la peau. Mais ceci peut être utilisé pour des traitements contraceptifs à long terme.

La diffusion du produit dépend entre autre de la concentration dans la capsule. Il apparait un problème de Stefan qui est largement développé dans cet article.



Concentration zones and schematic concentration distribution in drug release process.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Lichen growth  
S. CHILDRESS ; J. B. KELLER  
Journal of theoretical biology ; 1980 ; 82 ; pp 157-165 ;  
no CNRS 01643
- [2] The Stefan problem : comments on its present state  
L. RUBINSTEIN  
Journal of the institute of mathematics and its applications ;  
1979 ; 24 ; pp 259-277 ; no CNRS 13590
- [3] A moving boundary diffusion model in drug therapeutics  
E. A. MARSHALL ; D. W. WINDLE  
Mathematical modeling ; 1982 ; 3 ; pp 341-369 ; no CNRS 18808
- [4] Passive transfer of low molecular nonelectrolytes accross  
deformable semipermeable membranes  
I Equations of convective-diffusion transfer of electro-  
lytes accross deformable membranes of large curvature  
II Dynamics of a single muscle fibre swelling and shinking  
and related changes of the T-system tubule form  
L. RUBINSTEIN  
Bulletin of mathematical biophysics ; 1974 ; 36 ; pp 365-401 ;  
no CNRS 03249