

**Ecole Nationale  
Supérieure de  
Bibliothécaires**

**Diplôme Supérieur  
de Bibliothécaire**

**Université  
Claude Bernard  
Lyon I**

**DESS Informatique  
Documentaire**



**Projet de recherche  
Note de synthèse**

**La gestion dynamique des stocks en bibliothèque :  
l'analyse de modèles mathématiques**

**Annie BERTRAND**

**sous la direction de Christian LUPOVICI  
Bibliothèque de l'Université de Technologie de  
Compiègne**

1990  
ID  
3

1990

La gestion dynamique des stocks en bibliothèque :  
l'analyse de modèles mathématiques

Annie Bertrand

**Résumé** : Les principaux modèles mathématiques construits pour prédire la circulation future des documents dans une collection et donc, pour aider à la mise en place d'une possible politique de désherbage (refoulement et/ou retrait) sont proposés. Les distributions associées aux modèles et décrivant la fréquence de circulation sont également décrites.

**Descripteurs** : Bibliothèque - Circulation document - Gestion stock - Modèle mathématique.

**Abstract** : The most important mathematical models built to predict the future use of items in a library collection and, then to assist in determining a possible weeding (relegation and/or discarding) policy are proposed. The circulation frequency distributions associated to the models are also described.

**Keywords** : Document circulation - Library - Mathematical model - Stockpile control

## TABLE DES MATIERES

|  |    |
|--|----|
| Introduction.....                                  | 1  |
| La recherche bibliographique.....                  | 3  |
| - la terminologie                                  |    |
| - la méthodologie                                  |    |
| - les bases de données interrogées :               |    |
| *ERIC  |    |
| *LISA  |    |
| *PASCAL  |    |
| - un complément à la recherche automatisée         |    |
| - le bilan   |    |
| La synthèse.....                                   | 10 |
| - les habitudes du désherbage                      |    |
| - le modèle markovien de MORSE                     |    |
| - la distribution binomiale négative de BURRELL    |    |
| - d'autres méthodes scientifiques                  |    |
| - conclusion                                       |    |
| Annexe A : terminologie                            |    |
| Annexe B : rappels de probabilités et statistiques |    |
| Annexe C : bibliographie.                          |    |

## INTRODUCTION

Depuis déjà longtemps, de nombreuses études sur la gestion des collections ont été publiées dans la littérature en sciences de l'information et en bibliothéconomie. Dans ces études, les préoccupations d'élimination, de conservation et de rotation ont été abordées. Les méthodes de résolution préconisées reposent souvent sur le jugement subjectif du bibliothécaire qui décide du retrait définitif ou du refoulement des titres ( car information incorrecte, incomplète ou devenue obsolète, etc).

Mais, plusieurs auteurs ont tenté de définir des critères plus objectifs en rassemblant des données chiffrées facilement collectables : âge du document, date d'entrée du document dans les collections de la bibliothèque, durée de l'immobilisation des ouvrages sur les rayons, date de la dernière circulation, importance de l'utilisation des collections par les lecteurs, par exemple.

Ainsi , des modèles mathématiques\* ont été développés pour aider les décisionnaires à évaluer l'usage futur de leurs collections , leur proposant, en même temps, une aide à la mise en place d'une politique active de désherbage. La plupart des modèles ont choisi de prédire l'utilisation future des collections sur la base de leur usage antérieur. L'exploitation des demandes des lecteurs sur une période donnée, permet de gérer ainsi de façon dynamique le fonds et d'organiser les collections par niveau d'utilisation ( donc par taux de communication) : fonds "très utilisé", fonds "moins utilisé", collections jamais demandées, par exemple.

Le but de la recherche est d'identifier les différentes études qui, grâce à la définition de modèles mathématiques, permettent de mesurer l'utilisation future d'un fonds et la part de ce fonds pouvant être stockée ou éliminée. Les techniques déjà largement testées sur un échantillon important de bibliothèques ( qu'elles soient spécialisées ou de lecture publique, de petite ou de grande taille) sont retenues.

Les formulations mathématiques employées, les méthodes de calcul des paramètres utilisés sont expliquées. Par contre, les problèmes de coût (liés à la mise à jour des catalogues, au transfert des collections, à la recherche physique des documents dans les lieux de stockage,...) ne sont pas abordés.

\* *Modèle mathématique* : modèle dans lequel les relations entre les paramètres caractéristiques sont exprimées sous forme mathématique (GDEL).

# LA RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

## 1 - La terminologie

Les expériences faites dans les bibliothèques universitaires et les bibliothèques publiques pour tenter de définir des critères objectifs pour la rotation des stocks et pour modéliser les méthodes proposées ont été anglo-saxonnes.

La première démarche a donc été de définir la terminologie anglaise employée par les auteurs et d'en trouver une traduction française adéquate.

G. FORD (1), dans un article publié dans un ouvrage collectif, définit un certain nombre de termes, dont il nous livre les définitions. Ces termes seront utilisés, avec profit, dans la formulation des équations de recherche préparant l'interrogation des fichiers en langue étrangère. Quant à l'expression française retenue, il s'agit de celle publiée dans la traduction de l'article cité plus haut et présentée dans un numéro du Bulletin des Bibliothèques de France (2).

Les termes et leurs définitions sont présentés en annexe A.

## 2 - La méthodologie

Bien qu'il existe un fonds riche de périodiques spécialisés à la bibliothèque de l'ENSB, la recherche automatisée a été préférée à la recherche manuelle, parce que plus rapide. La recherche automatisée permet également d'étendre la requête à plusieurs champs indexés (en particulier, descripteurs, mots du titre et du résumé) et rend donc la démarche plus performante et exhaustive.

Trois bases de données multidisciplinaires ou spécialisées abordant les sciences de l'information, et signalées dans le *Répertoire des bases de données professionnelles de l'ANRT*, ont été retenues : ERIC, LISA, PASCAL. Par contre, parce que rarement conseillée par les spécialistes de la recherche documentaire informatisée, la base ISA (Information Science Abstracts, USA) a été rejetée. Une ébauche de recherche manuelle dans la collection de l'ENSB n'avait apporté aucun complément d'information intéressant.

La version sur CD-ROM d'ERIC a été consultée parce que moins coûteuse .La consultation du CD-ROM a permis également d'affiner la sélection des meilleurs descripteurs et de retenir des références bibliographiques d'articles qui, après lecture, se sont avérés pertinents et ont été un point d' accès efficace , en particulier dans la base LISA.

Les références bibliographiques antérieures à 1969 (et même seulement 1982 pour un produit consulté) ne sont pas signalées dans les bases de données sélectionnées et citées auparavant.

Toutefois, toute méthode fondamentale plus ancienne sur notre sujet est citée dans de nombreuses bibliographies cachées complétant les articles retenus et au moins dans ceux faisant la synthèse à un moment donné de "l'état de l'art" (il est également fréquent que l' auteur d'un modèle propose une comparaison avec les autres modèles déjà existants et donc plus anciens).

### **3 - Les bases de données interrogées**

#### **3-1 La base ERIC (Educational Resources Information Center)**

##### **3-1-a Présentation**

*Producteur* : U.S. Department of Education, Office of Educational Research and Improvement, Educational Resources Information Center, Washington, DC 20208, USA

*Sujets couverts* : Sciences de l'éducation incluant les sciences de l'information, les tests, mesures et évaluations, les mathématiques...

*En ligne* depuis 1966

*Mise à jour* : mensuelle (environ 30 000 références par an)

*Nombre de références* : environ 700 000

*Serveurs* : DIALOG, ORBIT, BRS

La version CD-ROM comprend pour les années 1982 à 1989 : CIJE (Current Index to Journals in Education) et RIE (Resources in Education).

### 3-1-b L'équation de recherche et les résultats

Après affichage, par sélection sur quelques mots "phares", de références pertinentes (les articles ont pu être consultés à la bibliothèque de l'ENSB), les équations de recherche suivantes ont été testées :

*Equation 1* : (relegation OR weeding) AND (models OR statistical) = 15 références dont 6 extraites de CIJE,

*Equation 2* : (library circulation) AND (models OR statistical) = 69 références dont 43 extraites de CIJE .

Le premier ensemble représente la notion de refoulement des collections (éloignement des collections dans des magasins, par exemple) et la notion plus large de désherbage, employée plus souvent par les auteurs.

Le second ensemble représente la notion de modèles mathématiques ou statistiques. Des tests sur quelques références pertinentes ont suggéré d'utiliser le terme *Models* plutôt que *Mathematical models* et d'interroger sur *Statistical* pour obtenir par exemple : Statistical data, distributions,...

Le troisième ensemble permet de retrouver les informations traitant de prévision de circulation des collections sans pour autant aborder de manière précise, les problèmes de refoulement. Bien qu'élargissant la recherche, ces articles peuvent toutefois être pertinents puisque ces paramètres de circulation sont souvent la base, comme nous l'avons déjà dit, d'une politique de rotation des stocks.

Les références extraites de la partie RIE d'ERIC ont été éliminées d'office : il s'agit de rapports internes ou d'activité de bibliothèques ou d'organisations de bibliothèques (IFLA,...) qui n'apportent aucune information sur des modèles mathématiques éventuels.

### 3-2 La base LISA (Library and Information Science Abstracts)

#### 3-2-a Présentation

*Producteur* : Library Association Publishing Ltd, LISA Office, 7 Ridgmount Street, Store Street, London, WC1E 7AE, UK

**Sujets couverts** : tous les aspects des sciences de l'information et de la bibliothéconomie incluant la fourniture de document, l'édition électronique, le stockage et la recherche d'information, la formation professionnelle, l'édition, les utilisateurs et leur comportement...

**En ligne** depuis 1969

**Mise à jour** : mensuelle (environ 6800 références par an)

**Nombre de références** : environ 100 000

**Serveurs** : DIALOG, ORBIT

Il existe une version papier de la base.

### 3-2-b L'équation de recherche et les résultats

La sélection des mots-clés a été le résultat d'une double démarche : un dépouillement de quelques index annuels de la collection papier de LISA, et la recherche des mots utilisés dans la base à partir d'une référence que nous savions pertinente.

**Equation** : ( relegation OR retirement OR weeding) AND (distribution ? ? OR model ? ?) = 34 références.

### 3-3 La base PASCAL

**Producteur** : INIST - CNRS, Centre de documentation scientifique et technique, 26 rue Boyer, 75971 Paris Cedex 20

**Sujets couverts** :base multidisciplinaire couvrant de larges domaines comme les sciences de l'information, la recherche opérationnelle, les télécommunications...

**En ligne** depuis 1973

**Mise à jour** : mensuelle (environ 400 000 références par an)

**Nombre de références** : environ 7 000 000

**Serveurs** : Télésystèmes-Questel, IRS

Il existe des versions papier de la base ( Pascal Sygma, Thema, Folio, Explore).

### 3-3-b L'équation de recherche et les résultats

Devant la difficulté d'utilisation de cette immense base multidisciplinaire ( et ne possédant qu'un index de descripteurs), il a été préféré d'élargir le sujet de recherche afin d'éviter les éventuels silences. Deux références très pertinentes ont été trouvées dans la base.

*Equation* : (gestion ET bibliothèque?) ET (collection? OU stock?) = 28 références.

## 4- Un complément à la recherche automatisée

En parallèle à la recherche automatisée, et au fur et à mesure de la lecture des articles sélectionnés, un dépouillement des bibliographies de chacun des articles a été effectué.

Il s'est révélé complémentaire de la recherche informatisée.

Il a permis, entre autres, de reconstituer de manière exhaustive et chronologique, l'évolution des travaux d'un auteur, souvent conduit à apporter des modifications à son modèle original et qui faisait référence à ses précédents travaux, sans obligatoirement reprendre l'ensemble de ses démonstrations qui restaient, au moins en partie, nécessaire pour la compréhension de la dernière version du modèle construit.

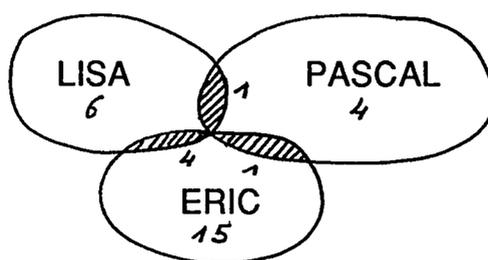
De même, comme il nous l'a été demandé pour la compréhension de la note de synthèse, la recherche d'ouvrages en statistiques et distributions mathématiques permettra la présentation de quelques notions de base en probabilités et l'explication des différentes méthodes d'évaluation des paramètres à calculer dans chaque bibliothèque souhaitant utiliser un des modèles cités.

L'annexe B présente ces notions de base.

## 5 - Le bilan

| BASE                             | ERIC | LISA | PASCAL | ENSEMBLE |
|----------------------------------|------|------|--------|----------|
| Nombre de références             | 49   | 34   | 28     | 111      |
| Nombre de références pertinentes | 20   | 11   | 6      | 37       |
| Précision                        | 41%  | 32%  | 21%    | 33%      |

*Représentation des ensembles:*



*Commentaires :*

6 références sont communes à plusieurs bases et 7 références supplémentaires ont été collectées lors de la recherche manuelle. La bibliographie présentée en annexe C comporte donc 38 références.

Dans la base ERIC, il est à noter que contrairement à ce que la lecture du tableau précédent pourrait laisser supposer, l'ensemble des références trouvées correspondait pourtant effectivement au thème traité.

Mais, il ne s'est pas avéré utile de retenir l'ensemble des articles présentant des informations générales sur les problèmes d'élimination et de refoulement. Seuls quelques articles de synthèse et possédant une intéressante bibliographie ont été sélectionnés.

Dans la base LISA, 6 références n'ont pas été retenues car les textes n'étaient ni en langue française, ni en langue anglaise et ne présentaient pas de nouveaux modèles mais des expériences en bibliothèques. D'autres titres abordaient les problèmes de coût.

Dans la base PASCAL, après lecture des références sélectionnées, il s'avère qu'un choix de descripteurs identique à celui fait sur les deux autres bases de données aurait provoqué un silence gênant, bien que les 2 références les plus pertinentes aient également été citées dans LISA et ERIC.

L'interrogation des bases spécialisées LISA et ERIC, respectivement anglaise et américaine, a permis de retrouver, avec un bon niveau de pertinence, des références bibliographiques qui semblent couvrir correctement le domaine traité. Par contre, l'interrogation d'une base plus large et moins spécialisée, comme la base PASCAL, ne paraît utile que lorsqu'il n'existe pas, sur le marché de l'information, de produit spécialisé dans le domaine étudié.

## LA SYNTHÈSE

### 1- Les habitudes du désherbage

Les bibliothèques ne peuvent souvent s'autoriser qu'une croissance limitée de leur fonds. Une politique active de désherbage des collections peut aider à la résolution du problème de l'explosion du nombre des publications de ces dernières décennies.

Le manque de place n'est pas, bien entendu, la seule raison, pour laquelle un bibliothécaire souhaite "désherber" : laisser un livre en rayon peut donner une "valeur négative" à la collection.

Un certain nombre de méthodes (objectives ou non) ont été proposées et testées, essentiellement dans les pays anglo-saxons dont elles sont souvent originaires (3 à 9).

Les critères de sélection alors généralement choisis sont : l'utilisation par les lecteurs, l'obsolescence, la date de publication, le temps écoulé depuis l'acquisition, l'usure des collections.

#### *L'approche scientifique*

Des méthodes plus scientifiques furent proposées, à partir des années 1960 : des données collectées sur la vie du fonds, lorsqu'elles sont correctement analysées par des techniques mathématiques (et, essentiellement de recherche opérationnelle) peuvent aider les bibliothécaires à mettre en place leurs processus de refoulement et d'élimination des collections.

Instrument d'aide à la décision, la recherche opérationnelle aborde, entre autres, les problèmes aléatoires (ou stochastiques). Elle permet de décider dans l'incertain et utilise des outils de résolution empruntés aux statistiques et calcul des probabilités.

Les mesures d'un service (par exemple, refoulement des collections) sont obtenues en traitant l'information au moyen d'un modèle mathématique qui doit permettre d'exploiter les résultats obtenus sous une forme appropriée.

Un modèle doit pouvoir (selon les auteurs cités plus loin) s'appliquer à tous les types de bibliothèques, pendant que la valeur des paramètres utilisés diffère d'une bibliothèque à une autre.

Des études statistiques menées par des mathématiciens et des spécialistes de l'information dont TRUESWELL, SLOTE, MORSE et BURRELL ont démontré que le critère le plus fiable était l'utilisation passée d'un document ( fréquence des prêts, des consultations sur place; mesure du temps en rayon). Des approches privilégiant, soit le sujet de l'ouvrage, soit l'âge de l'information fournie (date d'édition de la publication originale, date de l'édition détenue par la bibliothèque, date d'acquisition de l'ouvrage) ont été souvent rejetées car beaucoup moins fiables. En tout cas, si elles sont retenues, elles sont toujours associées à l'approche privilégiant l'usage antérieur.

Dans le cas particulier des publications en série, généralement consultables sur place en bibliothèque, la mesure de l'utilisation passée s'avère plus difficile. Ainsi, les études ont plutôt porté sur les citations que sur l'observation de l'utilisation. Les formules proposées sont difficilement applicables à tous les domaines de la connaissance.

## **2 - Le modèle markovien de MORSE**

Dans ses études, MORSE vérifie que la circulation moyenne d'une collection particulière de livres diminue avec le temps. En 1968, il a proposé un modèle simple construit à partir du *processus de Markov*<sup>(10)</sup> et testé ce modèle à la bibliothèque scientifique du MIT. Morse a choisi de construire un modèle facile à utiliser, nécessitant peu de données, mais pouvant conduire à un pourcentage d'erreur assez élevé (25% lui paraît encore toutefois raisonnable), plutôt qu'un modèle plus fiable, mais nécessitant des années-homme de travail pour son implantation.

Dans une collection restant pratiquement constante en nombre (il existe un phénomène permanent de remplacement des livres anciens par des livres nouveaux plus demandés), Morse considère une suite de variables aléatoires  $x_i$  ( $x_i$  = nombre de prêts pendant une année  $i$ ) qu'il représente comme une classe dans laquelle l'état d'une variable  $x_i$  à une période donnée n'est déterminé que par son état  $x_{i-1}$  à la période précédente ( voir annexe B - le processus de Markov est la méthode probabilistique la plus simple qui affiche l'existence d'une telle corrélation dans le temps).

Donc, si une classe de livres circule  $m$  fois pendant une année donnée, ces livres circuleront en moyenne  $N(m)$  fois durant l'année suivante (ou durant tout autre intervalle de temps choisi).

La relation entre  $N(m)$  et  $m$  est exprimée par une équation linéaire du type :

$$N(m) = \partial + \beta m$$

Ce modèle est basé sur des hypothèses influençant largement l'évaluation des paramètres  $\partial$  et  $\beta$  :

- $\partial$  et  $\beta$  sont pratiquement indépendants du temps (Morse suggère un déclin de la valeur de  $\partial$  des 2/3 au bout de 10-12 ans, et une valeur constante de  $\beta$  pendant 10 à 20 ans),
- la circulation des ouvrages suit une *distribution de Poisson* autour de la moyenne  $N(m)$  (voir annexe B),
- la circulation annuelle des ouvrages suit une *distribution géométrique* (voir annexe B).

### 1-1 Le modèle probabilistique proposé

Si  $\bar{R}$  représente la circulation moyenne des ouvrages appartenant à la fraction active d'une classe (ouvrages ayant circulé au moins une fois pendant la période de référence), alors  $\bar{R}$  durant l'année  $t$  est liée à la circulation moyenne de l'année précédente  $t-1$  par :

$$\bar{R}(t) = \partial + \beta \bar{R}(t-1)$$

= circulation moyenne durant l'année  $t$

où :  $\partial = \bar{R}_0(t)$  = circulation moyenne durant l'année écoulée des livres n'ayant pas circulé pendant l'année précédente,

$\beta$  = "popularité" d'un livre par rapport à l'année précédente

$$= 1/10 (\bar{R}_1(t) + \bar{R}_2(t) + \bar{R}_3(t) + \bar{R}_4(t) - 4\bar{R}_0(t))$$

$\bar{R}_m(t)$  = circulation moyenne durant l'année écoulée des livres ayant circulé  $m$  fois durant l'année précédente.

**NOTE** : Le modèle de Morse ne nécessite que des données récoltées sur 2 années consécutives ; les valeurs de  $\partial$  et  $\beta$  peuvent également être calculées par la méthode des moindres carrés (voir annexe B).

Circulation moyenne durant l'année t+1 :

$$\bar{R}(t+1) = \beta(1 + \beta + \beta^2 + \beta^3 + \dots + \beta^{t-1}) + \beta^t \bar{R}(1)$$

Proportion des livres qui circulent m fois dans l'année t :

$$P_m(t) = C(t)(1-\gamma(t))(\gamma(t))^{m-1} \text{ pour } m \geq 1 \text{ et } \sum P_m(t) = 1 \text{ pour } m \geq 0$$

où  $P_0(t) = 1 - C(t)$

$C(t) = N_a / N$  ( $N_a$  = fonds actif et  $N$  = fonds global)

$\gamma(t) = \bar{R}(t) / (1 + \bar{R}(t))$

Autre présentation de  $\bar{R}(t)$  :

$$\bar{R}(t) = \sum m P_m(t) \text{ pour } m \geq 1$$

## 2-2 Les tests du modèle théorique

a - Sur des classes spécifiques : CHEN (14) a consacré un livre sur l'application de la méthode Morse aux collections de la Francis A. Countway Library of Medicine.

L'échantillon choisi dans la collection principale était composé des ouvrages prêtés à domicile appartenant à plusieurs sous-classes de la classe W de la Library of Congress Classification et retournés à la bibliothèque pendant la période de test, qui a été de 1 à 4 mois selon les disciplines.

Un facteur de correction a été introduit pour permettre de prouver la validité des expressions proposées par Morse.

La collecte des données sur un temps limité très court (1 mois, par exemple) déformait la valeur des calculs (par exemple, beaucoup de livres, bien qu'empruntés durant les 12 derniers mois, mais non rendus pendant le mois de référence, étaient considérés comme n'appartenant pas à la fraction active  $N_a$ ).

Si  $j$  est le nombre de circulations,  $\rho$  un facteur de temps (1/12 par exemple = 1 mois), le facteur de correction peut être présenté comme suit :

$$1-(1-\rho)^j$$

Le nombre espéré de livres empruntés  $j$  fois est alors :

$$N(j) = M_j / 1 - (1 - \rho)^j \text{ et } N_a = \sum N(j)$$

où  $M_j$  = Nombre de livres ayant circulé  $j$  fois et ayant été retournés au moins 1 fois pendant la période de référence.

Chen propose également de calculer la circulation moyenne prévisible de toute la collection active, en 1 an :

$$\bar{R}_a(t) = N_a(t) / N(1)$$

b- Sur l'ensemble d'un fonds :

Morse et Chen ont testé les modèles sur des ensembles thématiques restreints et spécialisés (bibliothèque spécialisée ou sous-classes de la LCC) et ont pu en démontrer la validité. BESHESTI et TAGUE<sup>(12)</sup> ont réalisé le même travail sur un fonds plus large (celui de la bibliothèque universitaire de Saskatchewan au Canada) et pour une période plus longue (11 ans pour 1 200 000 transactions).

Ils montrent que le modèle de Morse est applicable pour 99% des données si la collection est considérée dans son ensemble, mais que les résultats sont beaucoup moins fiables si la collection est considérée classe par classe (la variation est également différente selon les classes).

Ils démontrent également que les deux paramètres sont dépendants du temps (surtout  $\partial$ ), et proposent une modification du modèle qui incluerait explicitement le volume annuel des transactions ( $s$ ) et le temps ( $t$ ) :

$$N(m,t,s) = a + bm + ct + ds, \quad \text{où } a, b, c, d \text{ sont des constantes.}$$

Des tests ont également été réalisés dans des bibliothèques publiques<sup>(13,14)</sup>. A la Bethlehem Public Library (Delmar, USA), KOHUT conclut que si le modèle prédit correctement les prêts futurs lorsque les collections sont considérées dans leur intégralité, il serait par contre apparemment trop rapide de conclure qu'il convient à toutes les disciplines (littérature, par exemple).

JAIN et ses collègues <sup>(15)</sup> se proposent d'étudier, dans la perspective d'un refoulement des collections, la probabilité pour qu'un livre déjà stocké soit remis en accès.

Reprenant les études de Morse, ils formulent  $P(X_n=j)$  comme suit :

$$P(X_n=j) = \begin{cases} p_n & \text{si } j=0 \\ (1-p_n)\phi_n(j)/(1-\phi_n(0)) & \text{si } j \neq 0 \end{cases}$$

avec  $\sum \phi_n(j)=1$  pour  $j \geq 0$  et  $p_n=(n-1+\beta)/(n-1+\beta+\gamma)$

-Supposant qu'un livre soit refoulé s'il n'a pas été utilisé pendant k années consécutives, alors la probabilité pour qu'un document soit refoulé, lorsqu'il a été acheté n années auparavant est :

$r_n(k) = P(X_{n-k+1}=X_{n-k+2}=\dots=X_{n-1}=X_n=0; X_{n-k} \neq 0)$  lorsqu'il n'existe pas de séquence k d'années sans prêt, avant l'année n-k

$$\begin{cases} = 0 & \text{si } n < k \\ = \prod_{j=n-k+1}^n p_j (1-p_{n-k}) (1 - \sum_{j < n-k} r_j(k)) & \text{si } n \geq k \end{cases}$$

avec  $\sum r_n(k)=1$  et  $n \geq 1$

-Supposant qu'un livre refoulé soit remis en salle, s'il est utilisé pendant k années consécutives de son existence en "magasin", alors la probabilité pour qu'un document refoulé retourne en salle après qu'il soit resté n années en "magasin" est :

$r'_n(k) = P(X'_{n-k+1} \neq 0, X'_{n-k+2} \neq 0, \dots, X'_n \neq 0; X'_{n-k} = 0)$  lorsqu'il n'existe pas de séquence k d'années avec utilisation, avant l'année n-k

$$\left\{ \begin{array}{l} = 0 \quad \text{si } n < k \\ = \left( \prod_{j=n-k+1}^n (1-p_j) \right) \times p_{n-k} \times \left( 1 - \sum_{j < n-k} r'_j(k) \right) \quad \text{si } n \geq k \end{array} \right.$$

avec  $X'_n$  = nombre d'utilisations d'un document pendant la nième année de refoulement

$$\sum r'_j(k) = 1 \quad \text{et } j \geq 1$$

Ces deux propositions posent, selon les auteurs, toutefois des problèmes dès que k prend une valeur supérieure à 2 dans la seconde formule, et dès que  $j > 2k$  pour  $k > 1$  dans la première formule.

DOUGLAS (16) constate, quant à lui, qu'un modèle basé sur une relation linéaire, peut être une méthode efficace de prévision d'utilisation des collections à la Swinburne Library, bibliothèque universitaire australienne. Cette relation pourrait donc être représentée dans une équation similaire à celle proposée par Morse, mais qui changerait pour chaque classe Dewey et également dans le temps. Douglas démontre également l'invalidité d'une règle exponentielle du type  $A = e^{Bt}$  où t représenterait soit le nombre d'années de présence de l'ouvrage dans la collection, soit le nombre d'années écoulées depuis la publication de cet ouvrage.

### 3 - La distribution binomiale négative de BURRELL

Dans le modèle présenté par BURRELL, seules des données sur le nombre de prêts à domicile antérieurs d'un document sont requises ; elles sont la base des prévisions sur l'usage futur des collections.

Le but de l'auteur est de pouvoir évaluer l'évolution des prêts d'un ouvrage et d'en extraire un guide pour les décisions éventuelles à prendre en compte dans une politique de refoulement. L'étude de Burrell ne se limite qu'aux monographies et à leur utilisation dans les bibliothèques de recherche et les bibliothèques universitaires (BAGUST <sup>(17)</sup> a repris ce modèle pour le tester avec succès dans une bibliothèque publique).

Dans ses premiers articles, Burrell (18,19,20) a démontré que les prêts d'un document "actif" (qui a été emprunté au moins une fois pendant les années ayant servi à la collecte des informations) appartenant à une collection prédéfinie, pouvaient être représentés par un processus de Poisson ; c'est-à-dire que le nombre total de prêts d'un document particulier suit, pour une période donnée, une distribution de Poisson dont la moyenne est proportionnelle à la durée de la période étudiée.

Mais cette approche occultait le taux de "popularité" des ouvrages (lié, par exemple, à la réception d'ouvrages nouveaux plus attrayants, à l'accroissement du nombre d'ouvrages sur un même sujet).

Plus récemment, pour prendre en compte le déclin observé dans l'usage annuel moyen des documents, Burrell (21,22,23) supposa que pour chaque document, la popularité décroît de façon exponentielle et que le taux de déclin est identique pour tous les documents de la collection. Avec ces suppositions, il démontre que:

- le nombre moyen annuel de prêts décroît de façon exponentielle,
- la distribution totale (ou FOC - Frequency on circulation) est une *distribution binomiale négative* (voir annexe B) et non plus une distribution de Poisson ,
- la distribution FOC annuelle varie d'année en année, et est une *distribution de Poisson* autour d'une moyenne représentée par une équation linéaire de type  $N(m)=A_n+B_n m$ .

### 3-1 Le modèle probabilistique proposé

Soient les variables suivantes :

$X_n$  = nombre total de prêts d'un document durant les  $n$  premières années,  $n=1,2,3,\dots$

$Y_n$  = nombre de prêts d'un document durant la  $n$ ème année,  $n=1,2,3,\dots$

$Z(n,k)$  = nombre total de prêts d'un document durant les  $k$  premières années suivant l'année  $n$  ( $n+1, n+2, \dots, n+k$ ),  $n$  et  $k = 1, 2, 3, \dots$

Les modèles  $X_n$  et  $Y_n$  possèdent alors une distribution binomiale négative avec un index  $\nu$  et respectivement des paramètres  $p(n)$  et  $p_n$ , et de cette propriété peuvent être retenues les quelques probabilités suivantes :

Probabilité pour qu'un document soit emprunté  $r$  fois durant les  $n$  premières années :

$$P(X_n=r) = \binom{r+\nu-1}{r} p(n)^\nu q(n)^r \quad (1)$$

( voir annexe B)

Cas particulier :  $P(X_n=0) = [1 + (\beta/a)/(1-\theta)]^{-\nu}$

si  $n$  tend vers  $\infty$ , probabilité pour qu'un document ne soit plus jamais emprunté :  $(1 + \beta/a)^{-\nu} = \left( \frac{\mu_a}{\nu(1-\theta)} + 1 \right)^{-\nu}$

Probabilité pour qu'un document soit emprunté  $r$  fois durant l'année  $n$  :

$$P(Y_n=r) = \binom{r+\nu-1}{r} p_n^\nu q_n^r \quad (2)$$

Cas particulier :  $P(Y_n=0) = [\nu/(\nu+\mu_n)]^\nu$

Proportion du stock refoulé qui sera demandé dans les  $k$  premières années :

Si  $X_n=0$

$$P(Z(n,k)>0 / X_n=0) = 1 - \left[ \frac{(1 + \alpha/\beta) - \theta^n}{(1 + \alpha/\beta) - \theta^{n+k}} \right]^\nu \quad (3)$$

Nombre moyen de prêts par document durant l'année n :

$$\mu_n = E[Y_n] = \mu_1 \theta^{n-1} \quad (4)$$

Nombre moyen de prêts par document durant les n premières années :

$$E[X_n] = \sum_{i=0}^{n-1} q(n)/p(n) = \mu_1 \sum_{i=0}^{n-1} \theta^i \quad (5)$$

Nombre moyen de prêts d'un document pendant l'année n+1, s'il a été emprunté m fois pendant l'année n :

$$E[Y_{n+1} / Y_n = m] = \mu_1 \theta^n (\lambda + m) / (\lambda + \mu_1 \theta^{n-1}) \quad (6)$$

ou

$$E[Y_{n+1} / Y_n = m] = \mu_n (m + \lambda) / (\lambda + \mu_{n-1})$$

**Calcul des paramètres des formules 1 à 6 :**

-  $p(n) = [1 + (\beta/a)(1 - \theta)^n]^{-1}$

-  $q(n) = 1 - p(n)$

-  $\theta$  (coefficient de popularité)  $= e^{-a} = \left( \sum_{n=1}^{x-1} M_{n+1} / M_n \right) / x - 1 \quad \theta < 1$

où  $M_n$  = nombre moyen de prêts constatés pendant l'année n étudiée pour la collecte des données et  $x$  = le nombre d'années sur lesquelles est réalisée l'étude.

Si la prédiction ne peut se faire que sur 2 années, Burrell propose que le calcul de  $\theta$  soit mené grâce à la formule :

$$\text{Total des circulations Année 2} / \text{Total des circulations Année 1.}$$

-  $\beta/a = \mu_1 / \lambda (1 - \theta)$

-  $\mu_1$  = nombre total de prêts constatés dans l'année 1 / nombre total de documents dans la collection (unités physiques)

$$- p_n = \lambda / (\lambda + \mu_n) = \lambda / (1 + \mu_1 \theta^{n-1})$$

$$- q_n = 1 - p_n$$

L'estimation de  $\lambda$  fournit des valeurs différentes, selon les méthodes de calcul utilisées, mais sans grande variation. Burrell propose d'utiliser, de préférence, la méthode proposée par Johnson et Kotz ( voir ci-après).

### **Estimation des paramètres dans une distribution binomiale négative : méthodes**

La méthode présentée est extraite de l'ouvrage de JOHNSON et KOTZ (24) .

Si une distribution binomiale négative aux paramètres N,P est définie comme suit :

$$P_{[x=k]} = \binom{N+k-1}{N-1} (P/Q)^k (1-P/Q)^N \quad k=0,1,2...$$

où  $Q-P = 1$ , alors

$$NP = \bar{x} = n^{-1} \sum_{i=1}^n x_i \quad (x_i \text{ sont les valeurs observées supposées indépendantes})$$

$$NP(1+P) = s^2 = (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (N \approx \lambda \text{ dans les énoncés précédents})$$

$$\text{Est } P = s^2 / (\bar{x} - 1)$$

et

$$\text{Est } N = \bar{x}^2 / (s^2 - \bar{x}^2)$$

D'autres méthodes comme celles des *moindres carrés* ou du *chi-carré* sont présentées en annexe B.

### 3-2 Pour une méthode simplifiée

Burrell propose également une méthode empirique, plus simple, basée sur une méthode bayésienne (25), qui, moins complexe que les modèles présentés précédemment, peut donc paraître plus attractive pour le bibliothécaire.

Il prouve que le nombre de documents, prêtés  $r$  fois pendant une période  $m$  (calculée par rapport à une période de référence, souvent une année), peut être estimé par la formule :

$$Y(r) = (t/1-t)^r \sum_{n=r}^M \binom{n}{r} (1-t)^n f_n \quad (r=1,2,\dots,M)$$

où  $M$  = le plus grand nombre de prêts par document constaté pendant la période de référence,  
 $f_n$  = le nombre de documents circulant  $n$  fois pendant la période de référence,  
 $t = \theta^{m-1}$  ( $\theta$  = coefficient de popularité)

Simplifiant également les méthodes de calcul des paramètres, Burrell propose d'utiliser, pour  $\theta$ , la valeur obtenue par l'opération suivante :

$\theta$  = Nombre de circulations pendant  $T$  / Nombre de circulations pendant  $T+1$  (où  $T$  est l'année de référence)

Il est à noter que cette méthode remédie aux problèmes posés par les méthodes d'estimation des paramètres et par la catégorie des documents devenus "morts" (plus empruntés) dans une collection.

### 3-3 Les suggestions de modification du modèle de BURRELL

Des tests menés sur l'utilisation des collections (sur place et/ou par prêt) ont montré que la fréquence d'utilisation observée suivait mieux les valeurs obtenues par le modèle lors des consultations en bibliothèque.

GELMAN et SICHEL (26) suggèrent que l'existence d'une borne supérieure de prêts possibles pendant un temps donné (définie par la politique de prêt de la bibliothèque) pénalise la validité du modèle.

Pour ce cas, ils proposent une *distribution de type beta-binomiale* ( voir annexe B) représentée comme suit :

$$(1) \quad \phi(x/s) = \binom{s}{x} B(x+\partial, s-x+\beta) / B(\partial, \beta) \quad (\text{univariée})$$

$$(2) \quad \phi(x,y/s_1,s_2) = \binom{s_1}{x} \binom{s_2}{x} B(x+y+\partial, s_1+s_2+\beta-x-y) / B(\partial, \beta) \quad (\text{multivariée})$$

où  $s=1,2,\dots$  varie selon l'année de référence  
 $x=1,2,\dots,s$ .

B est la fonction Béta (voir annexe B) ,  $\partial,\beta$  sont des constantes et  $s_1$  et  $s_2$  sont les circulations maximales durant 2 périodes de temps successives.

#### 4 - D'autres méthodes scientifiques

D'autres auteurs ont également utilisé les mathématiques pour tenter de modéliser la circulation des collections dans une bibliothèque et d'aider à la mise en place d'une politique de rotation des stocks.

Parmi ces auteurs, Fussler et Simon, Slote, Moss et Trueswell se sont intéressés à l'âge de l'information fournie (date d'édition, date d'acquisition), au temps écoulé entre deux prêts ou depuis le dernier prêt, et n'ont pas considéré le critère d'utilisation comme unique.

FUSSLER et SIMON (27) développèrent, dès 1961, des fonctions mathématiques, associant des critères d'utilisation, de date de publication et de langue d'édition. Mais ils arrivèrent à la conclusion que l'usage antérieur des collections semblait être le meilleur critère de sélection.

MOSS (28) défend que le critère d'utilisation ne peut s'appliquer que dans le cas d'actions de refoulement sporadiques, et non pour des actions régulières et de grande envergure.

Dans une application à la Teeside Polytechnic Library, il propose une méthode basée sur l'âge du document (Time Factor Relegation), se basant sur le fait que peu de vieux livres sont, en réalité, beaucoup utilisés, et que dans les bibliothèques possédant des collections anciennes, il existe d'autres raisons que celles de leur utilisation pour garder ces livres anciens (fonds spéciaux,...). La méthode simple Time Factor s'applique alors à la quasi-totalité de la collection : seul un critère supplémentaire de sélection à définir sera à appliquer au sous-ensemble des livres anciens. Le nombre de livres à refouler est représenté par :

$$R = \sum_{g=k}^K N_g$$

où :

$N_g$  = Nombre de livres d'un ensemble "d'âge g" (le livre a été publié g années auparavant),

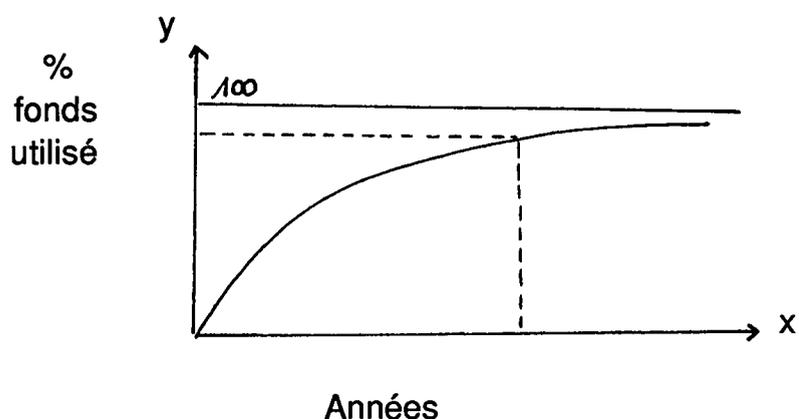
k= âge retenu comme paramètre pour le refoulement (Moss propose éventuellement de distinguer des grandes classes : sciences pures et appliquées, sciences humaines, sciences sociales ) ,

K= âge le plus élevé dans la collection (livres les plus anciens).

Moss propose de pondérer cette formule par l'introduction éventuelle d'un critère d'utilisation sur la dernière année. Par exemple, en conservant 5% du fonds candidat au refoulement, correspondant aux ouvrages les plus consultés (r) :

$$R = \sum_{g=k}^K N_{g-r}$$

TRUESWELL (29,30,31) a développé une méthode basée sur le calcul de la part du fonds encore emprunté au bout d'un temps n. Il suffit de décider de la taille optimale de la collection dite de base ("core collection"). Une telle collection doit satisfaire un pourcentage fixé des demandes de consultation, avec l'idée que le pourcentage restant de demandes non satisfaites sera réglé par une autre bibliothèque ou par des facilités d'accès aux lieux de stockage réservés aux documents les moins demandés.



$$y = \left( \sum_{i=1}^n T_i \right) / F$$

F = Fonds à un instant donné,

$T_i$  = Nombre d'ouvrages ayant été empruntés au moins 1 fois pendant la période de référence.

Trueswell a défini, à l'occasion de ses études dans plusieurs bibliothèques (Columbia University, Purdue University,...) la *règle du 80 / 20* : 80% des demandes de consultation des lecteurs concernent 20% du fonds.

Parmi les différentes études menées par SLOTE (32,33,34), une méthode basée sur les notions de "core collection" et de temps de localisation d'un ouvrage en rayon, entre deux circulations ("closed-end shelf time period") ou depuis le dernier prêt ("open-end shelf time period") a été généralement retenue par les responsables de bibliothèques.

Un autre concept de modélisation mathématique a été présenté par ROBINSON et TURNER (35). Ils ont retenu la *théorie des ensembles flous* qui est basée sur la conception d'ensembles aux frontières non définies précisément (exemple : ensemble de livres "populaires").

La mise en place d'une échelle de valeur (comprise entre 0 et 1, par exemple) déterminant le "degré d'appartenance" à un ensemble flou considéré est totalement subjective et doit être évaluée par un expert (exemple : 0 = le livre n'appartient pas à un ensemble Q, 1 = le livre appartient obligatoirement à l'ensemble Q).

La notion d'appartenance d'un objet à un ensemble particulier est représentée par la fonction :

$$h(x) = \sum_{i=1}^m (\mu_i/\partial)g_i(f_i(x)) \quad \text{où } \partial = \sum_{i=1}^m \mu_i$$

et

$\mu_i$  = importance accordée (ou poids) au critère d'appartenance à un sous-ensemble flou  $E_i$ ,

$g_i(f_i(x))$  = appartenance de  $x$  à chaque sous-ensemble flou  $E_i$ ,

$M_i$ ,  $g_i$  et  $E_i$  sont des valeurs subjectives déterminées par le décideur.

Il suffit ensuite de retenir la valeur maximale de  $h(x)$  qui permette d'obtenir, par exemple, le nombre souhaité de documents à refouler annuellement.

Dans un exemple, les auteurs proposent les valeurs et ensembles suivants:  
 $E_1$  = ensemble de documents ayant un nombre de prêts peu élevé depuis leur acquisition,

$E_2$  = ensemble de documents ayant un nombre de rééditions peu élevé,

$E_3$  = ensemble de documents dont la date du dernier prêt est relativement éloignée,

$$\mu_1 = 0,8$$

$$\mu_2 = 0,4$$

$$\mu_3 = 0,95$$

$$f_1(x) = \text{nombre de prêts} \quad (g_1(f_1(x))=0 \text{ si pas de prêt})$$

$$f_2(x) = \text{nombre d'éditions}$$

$$f_3(x) = \text{durée entre le dernier prêt et la date de l'étude.}$$

## 5 - Conclusion

Il n'existe pas une politique de désherbage pour toutes les situations (elle dépend des objectifs, des ressources, de l'organisation de la bibliothèque) comme il n'existe pas une méthode de désherbage applicable à toutes les bibliothèques.

Toutefois, l'utilisation de modèles mathématiques reste l'élément essentiel qui permette une sélection objective des ouvrages à refouler ou à éliminer. De plus, le développement de l'informatique dans les bibliothèques facilite largement la collecte et l'exploitation des données : pourquoi donc maintenant hésiter à tester les différents modèles (36) avant d'effectuer un choix?

L'ordinateur pourrait également effectuer des mesures nouvelles qui permettraient d'améliorer le calcul des paramètres présents dans ces modèles. Il serait, par exemple, intéressant de pouvoir disposer des valeurs correspondant à la consultation sur place des livres dans une classe particulière. L'existence d'une importante corrélation entre les sujets des livres empruntés et les sujets des livres consultés sur place dans les collections en accès libre a été soutenue par MC GRATH (37). Toutefois, HAYES (38) a souligné que les prêts à l'extérieur, ne concernaient que 20 à 25% des consultations totales dans un fonds de bibliothèque universitaire ou de bibliothèque spécialisée, et que ces nouvelles données pouvaient remettre en cause la validité des modèles proposés.

Si les décideurs veulent bien considérer les modèles mathématiques comme des systèmes de diagnostic, dont les prévisions ne peuvent être valables que dans un comportement moyen et pour un groupe de documents, la mise en place d'une politique dynamique de gestion des stocks s'avère facile à entreprendre et peut profiter positivement des recherches menées par les mathématiciens.

## ANNEXE A

### Terminologie

**Dépôt** : localisation temporaire ou définitive, d'une partie du fonds d'une bibliothèque dans une autre bibliothèque. La bibliothèque déposante reste propriétaire du fonds ( en anglais : **deposit**)

**Désherbage** : terme générique recouvrant à la fois le refoulement et le retrait (en anglais : **weeding**)

**Mise en réserve** : classement des documents en accès indirect (en anglais : **storage**)

**Refoulement** : transfert des documents d'un fonds "à forte utilisation" vers un fonds "à faible utilisation". Il s'agit généralement d'un transfert vers des magasins annexes ( en anglais : **relegation**)

**Retrait, ou rebut** : retrait définitif des documents du fonds d'une bibliothèque : les documents peuvent être détruits, vendus ou donnés ( en anglais : **withdrawal, discarding**)

## Rappels de probabilités et statistiques

Note : la plupart des représentations citées ci-après sont extraites de l'ouvrage de Johnson et Kotz (25).

### 1 - La distribution binomiale (ou de Bernouilli)

Une variable aléatoire discrète  $x$  suit une loi binomiale de paramètres  $N$  et  $p$  si :

$$P_r [x=k] = \binom{N}{k} p^k q^{N-k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N)$$

où :  $p \in [0, 1]$   
 $q = 1 - p$

$$\binom{N}{k} = \frac{N!}{k! (N-k)!} \quad \text{avec } n! = (n-1)(n-2)\dots \times 2 \times 1$$

La loi binomiale est la loi de probabilité d'une série d'épreuves répétées possédant les propriétés suivantes :

- toute épreuve donne lieu à deux évènements exclusifs de probabilité constante  $p$  et  $q = 1 - p$ ,
- les épreuves répétées sont indépendantes les unes des autres,
- la variable aléatoire  $x$  a pour valeur le nombre de réalisations de l'évènement de probabilité  $p$ .

### 2 - La distribution de Poisson

Une variable aléatoire discrète  $x$  suit une loi de Poisson de paramètre  $\theta$  si :

$$P_r [x = k] = \frac{e^{-\theta} \theta^k}{k!} \quad (k = 0, 1, 2, \dots ; \theta > 0)$$

La loi de Poisson peut être considérée comme la limite d'une loi binomiale représentée par :

$$P_r [x = k] = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad (k = 0, 1, \dots, N)$$

$$P_r [x = k] = 0 \text{ pour } k > N$$

où  $N$  tend vers l'infini,  $p$  tend vers 0 et  $\theta = Np$ .

### 3 - Les distributions "modifiées"

Une distribution de Poisson peut être transformée en une distribution de Poisson "avec zéros", construite comme suit :

$$P_r [x = 0] = \omega + (1-\omega)e^{-\lambda}$$

$$P_r [x = k] = ((1-\omega)e^{-\lambda}\lambda^k) / k! \quad (k \geq 1)$$

Les distributions peuvent être modifiées, en particulier, lorsqu'il est constaté, au cours des examens, que les variables aléatoires possèdent, en excès, la valeur zéro. La façon la plus simple de diminuer la proportion des zéros est d'ajouter une proportion totalement arbitraire de zéros (ou classe zéro) diminuant ainsi les proportions restantes dans un ratio approprié.

### 4 - La distribution binomiale négative ( ou de Pascal)

Une variable aléatoire discrète  $x$  suit une loi binomiale négative de paramètres  $N$  et  $P$  si :

$$P_r [x = k] = \binom{N+k-1}{N-1} (P/Q)^k (1-P/Q)^N \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

où :  $P \in [0, 1]$

$$Q = 1 - P$$
$$\binom{N+k-1}{N-1} = (N+k-1)! / (N-1)! k!$$

La variable aléatoire  $x$  représente le nombre d'essais jusqu'à ce que le  $N$ ème succès (inclus) soit obtenu.

Si  $N=1$ , la distribution devient :

$$P_r [x = k] = Q^{-1} (P/Q)^k \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

Elle est appelée **Distribution géométrique** ( ou de Furry ). La variable aléatoire  $x$  représente alors le nombre d'essais jusqu'à ce que le premier succès (inclus) se réalise.

#### 4 - La distribution Beta-binomiale

Cette distribution multinomiale ( généralisation de la loi binomiale) est donnée par :

$$P_r [x = n_j] = \binom{x + \alpha_j - 1}{x} \binom{N - x + \sum_{i=1}^k \alpha_i - \alpha_j - 1}{N - x} / \binom{N + \sum_{i=1}^k \alpha_i - 1}{N}$$

ou

$$P_r [x = n_j] = \binom{N}{x} B(x + \alpha_j, N - x + \sum_{i=1}^k \alpha_i - \alpha_j) / B(\alpha_j, \sum_{i=1}^k \alpha_i - \alpha_j)$$

avec la fonction Beta =  $B(\alpha_j, \sum_{i=1}^k \alpha_i - \alpha_j)$

#### 5 - La distribution Beta

Une variable aléatoire x présente une distribution Beta si sa densité de probabilité s'exprime comme :

$$f(x) = x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} / B(\alpha, \beta) \quad 0 < x < 1$$

$$f(x) = 0 \text{ sinon}$$

$B(\alpha, \beta)$  représente la fonction Beta

$$B(m, n) = \int_0^1 u^{m-1} (1-u)^{n-1} du \quad \text{avec } m \text{ et } n > 0$$

#### 6 - La distribution Gamma

Une variable aléatoire x présente une distribution Gamma si sa densité de probabilité s'exprime :

$$f(x) = 0 \quad \text{si } x < 0$$

$$f(x) = (x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}) / \beta^\alpha \Gamma(\alpha) \quad \text{si } x > 0$$

avec  $\alpha, \beta > 0$

$\Gamma(\alpha)$  représente la fonction Gamma

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt \quad \text{avec } n > 0$$

$$\text{avec } B(m,n) = \Gamma(m)\Gamma(n) / \Gamma(m+n)$$

## 7 - L'espérance mathématique et la variance d'une variable aléatoire

Dans le cas d'une variable aléatoire discrète (peut prendre un nombre fini ou dénombrable fini de valeurs)

$$\text{Moyenne} \quad E(x) = \mu = \sum x f(x) = \sum x_j f(x_j) \quad \text{ou Espérance}$$

$$\text{Variance} \quad \sigma^2 = \sum (x - \mu)^2 f(x) \quad \text{ou Carré de l'écart-type}$$

C'est la mesure de la dispersion (ou de la distribution) des valeurs de la variable aléatoire autour de sa moyenne.

## 8 - La chaîne de Markov

Soit une suite d'épreuves dont les résultats  $x_1, x_2, \dots$  satisfont les propriétés suivantes :

(1) Chaque résultat appartient à un ensemble fini de résultats  $(a_1, \dots, a_n)$  appelé espace des états du système. Si le résultat de la  $n$ ème épreuve est  $a_i$ , le système est dit dans l'état  $a_i$  au temps  $n$  ou à la  $n$ ème transaction,

(2) Le résultat d'une épreuve dépend au plus du résultat de l'épreuve qui a immédiatement précédé et d'aucun autre résultat antérieur. Pour chaque couple d'état  $(a_i, a_j)$ , on donne la probabilité  $p_{ij}$  pour que  $a_j$  se produise immédiatement après l'état  $a_i$ .

Un tel processus stochastique est une chaîne de Markov (finie).

Les nombres  $p_{ij}$  peuvent être rangés sous la forme d'une matrice stochastique.

## 9 - L'estimation des paramètres

### La méthode des moindres carrés

si  $y = f(x) = \alpha x + \beta$ , il s'agit de résoudre les 2 équations suivantes et de trouver les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ ,

$$\alpha \sum_{i=1}^n x_i + n\beta - \sum_{i=1}^n y_i = 0$$

$$\alpha \sum_{i=1}^n x_i^2 + \beta \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i = 0$$

ou avec poids  $\omega_i$  :

$$\alpha \sum_{i=1}^n \omega_i x_i + \beta \sum_{i=1}^n \omega_i - \sum_{i=1}^n \omega_i y_i = 0$$

$$\alpha \sum_{i=1}^n \omega_i x_i^2 + \beta \sum_{i=1}^n \omega_i x_i - \sum_{i=1}^n \omega_i x_i y_i = 0$$

### Le test Chi-carré ( $\chi^2$ )

Si  $f$  est la valeur observé et  $f'$  la valeur calculée mathématiquement:  
calcul de la valeur  $\chi^2 = \sum (f-f')^2 / f'$ .

## ANNEXE C

### Bibliographie

- 1 - FORD, G. *A review of relegation practice. In : Collection development : options for effective management.* Ed., S. Corral. London : T. Graham, 1988. P71-87.
- 2 - FORD, G. *Achetez, éliminez : la gestion des stocks dans les bibliothèques universitaires anglaises. In : Bulletin des bibliothèques de France,* 1988, t.33, n°5, p.394-401.
- 3 - TURNER, S. J. *The identifier method of measuring use as applied to modeling the circulation of use of books from a university library. In : Journal of the American Society for Information Science,* 1977, vol. 26, p.96-100.
- 4 - PARKER, R. H. *Bibliometric models for management of an information store. III. Developing an empirical model. In : Journal of the American Society for Information Science ,*1982, vol.33, n°3, p.134-138.
- 5 - BIBLIOTHEQUE PUBLIQUE D'INFORMATION. *Le désherbage : élimination et renouvellement des collections.* [1986]. 62p. (Dossier technique, 5).
- 6 - CANE, V. R. *Making room for books.. In : Library review,* 1979, vol.28, p.148-150.
- 7 - ENDELDINGER, E. A. *Weeding of academic library reference collections : a survey of current practice. In : RQ,* 1986, vol.25, n°3, p.366-371.
- 8 - *Farewell to Alexandria : solutions to space, growth and performance problems of libraries.* Ed., D. Gore. Wesport : Greenwood Press, 1966. 224 p.
- 9 - SRIDHAR, M. S. *Subject and longitudinal use of books by India space technologists. In : Collection management,* 1986, vol.8, n°1, p.101-115.

---

10- MORSE, P. M. *Measures of library effectiveness*. In : *Library quarterly*, 1972, vol.42, p.15-30.

11- CHEN, C. C. *Applications of operations research models to libraries*. Cambridge (USA) : MIT Press, 1976. XX-211 p.

12- BEHESHTI, J. ; TAGUE, J. M. *Morse's model of book use revisited*. In : *Journal of the American Society for Information Science*, 1984, vol.35, p.259-267.

13- KOHUT, D. R. *A Markov model applied to the circulation of social science and literature books in a public library*. In : *Collection building*, 1986, vol.7, n°4, p.12-19.

14- ROBERTI, D. *Contribution à l'analyse de la rotation des "stocks" dans un réseau de bibliothèques de lecture publique* : Paris : [Mémoire ENSB.] Villeurbanne : ENSB, 1987. Pag. mult.

15- JAIN, A. K. ; LEIMKUEHLER, F. F. ; ANDERSON, V. L. *A statistical model of book use and its application to the book storage problem*. In : *Journal of the American Statistical Association*, 1969, vol.64, p.1211-1224.

16- DOUGLAS, I. *Effects of a relegation program on borrowing of books*. In : *Journal of documentation*, 1986, vol.42, n°4, p.252-271.

---

17- BAGUST, A. *A circulation model for busy public libraries*. In : *Journal of documentation*, 1983, vol.39, n°1, p.24-37.

18- BURRELL, Q. L. *A simple stochastic model for library loans*. In : *Journal of documentation*, 1980, vol.36, n°2, p.115-132.

19- BURRELL, Q. L. ; CANE, V. R. *The analysis of library data*. In : *Journal of the Royal Statistical Society. Series A*, 1982, vol.145, n°4, p.439-471.

20- BURRELL, Q. L. *Alternative models for library circulation data*. In : *Journal of documentation*, 1982, vol.38, n°1, p.1-13.

21- BURRELL, Q. L. *A note on ageing in a library circulation model*. In : *Journal of documentation*, 1985, vol.41, n°2, p.100-115.

- 22- BURRELL, Q. L. *A second note on ageing in a library circulation model : the correlation structure.* In : *Journal of documentation*, 1986, vol.42, n°2, p.114-128.
- 23- BURRELL, Q. L. *A third note on ageing in a library circulation model : applications to future use and relegation.* In : *Journal of documentation*, 1987, vol.43, n°1, p.24-45.
- 24- JOHNSON, N.L.;KOTZ,S. *Distributions in statistics : discrete distributions.* Boston : Houghton Mifflin, 1969. XVI-328 p.
- 25- BURRELL, Q. L. *A simple empirical method for predicting library circulations.* In : *Journal of documentation*, 1988, vol.44, n°4, p.302-314.
- 26- GELMAN, E. ; SICHEL, H. S. *Library book circulation and the Beta-binomial distribution.* In : *Journal of the American Society for Information Science*, 1987, vol.38, n°1, p.5-12.
- 27- FUSSLER, H. H. ; SIMON, J. L. *Patterns in the use of books in large research libraries.* Chicago : University of Chicago Library, 1961.
- 28- MOSS, R. *Time factor classification and relegation : Final report for the period August 1978 - December 1981.* Teeside Polytechnic, 1986. 190 p. (BLRD Report 5744).
- 29- TURNER, S. J. *Trueswell's weeding technique : the facts.* In : *College and research libraries*, 1980, vol.41, p.134-138.
- 30- KANTOR, P. B. *On the stability of distributions of the type described by Trueswell.* In : *College and research libraries*, 1980, vol.41, n°6, p.514-516.
- 31- BURRELL, Q. L. *The 80/20 rule : library lore or statistical law?* In : *Journal of documentation*, 1985, vol.41, n°1, p.24-39.
- 32- SLOTE, S. J. *Weeding library collections ...II.* 2nd ed. Littleton : Libraries Unlimited, 1982. 198 p.

- 33- MC KEE, P. *Weeding the Forest Hill Branch of Toronto Public Library by the Slope method : a test case.* In : *Library research*, 1981, vol.3, n°3, p.283-301.
- 34- WILLIAMS, R. *Weeding an academic lending library using the Slope method.* In : *British journal of academic librarianship*, 1986, vol.1, n°2, p.147-159.
- 35- ROBINSON, E. J. ; TURNER, S. J. *Improving library effectiveness : a proposal for applying fuzzy set concepts in the management of large collections.* In : *Journal of the American Society for Information Science*, 1981, vol.32, n°6, p.458-462.
- 36- TAGUE, J. ; AJIFERUKE, I. *The Markov and the mixed-Poisson models of library circulation compared.* In : *Journal of documentation*, 1987, vol.43, n°3, p.212-231.
- 37- MC GRATH, W. E. *Correlating the subject of books taken out of and books used within an open stock library.* In : *College and research libraries*, 1971, vol.32, n°4, p.280-285.
- 38 - HAYES, R. *The distribution of use of library materials : analysis of data from the University of Pittsburgh.* In : *Library research*, 1981, vol.3, n°3, p.215-260.



\*



\* 9 5 4 2 6 7 6 \*