

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES BIBLIOTHEQUES

1975 - 1976

-----

A PROPOS DE

QUELQUES CLASSIFICATIONS DES MATHEMATIQUES

-----

Note de synthèse présentée par

Danielle ROGER

sous la direction de

Monsieur MERLAND

-----



## Introduction

Cette note <sup>de</sup> synthèse est une monographie sur quelques classifications récentes des mathématiques. On ne saurait oublier que la bibliothèque est le principal outil du mathématicien. Nous tentons ici une mise au point rapide sur les deux questions de l'influence réciproque : quel peut être, quel doit être le rôle (modeste, sans aucun doute) des classifications dans le travail des mathématiciens, donc finalement dans la recherche mathématique ? et comment l'évolution des mathématiques se traduit-elle dans les classifications ?

## Première partie

### PROBLEMES GENERAUX POSES PAR LES CLASSIFICATIONS DOCUMENTAIRES ET CAS PARTICULIER DES MATHEMATIQUES

#### Pourquoi des classifications ?

Faisons le point sur les classifications. Il semble que la tendance actuelle en documentation automatisée soit celle de l'abandon progressif des classifications au profit des thesauri, justifiée par une plus grande souplesse de ces derniers, puisque rien n'est plus simple que de rajouter des mots à un vocabulaire. En même temps, les utilisateurs n'épargnent pas de leurs critiques les grandes classifications jugées tantôt subjectives et tendancieuses, tantôt incohérentes et inadaptées, parce qu'elles n'ont pas suivi d'assez près l'évolution des sciences.

Il reste que d'importants systèmes automatisés fonctionnent à partir d'une classification: c'est le cas du P.A.S.C.A.L. (qui utilise la classification du CNRS et un index thématique), c'est celui du M.O.S. (Mathematical Offprint Service) qui utilise la classification alphanumérique élaborée par l'A.M.S. (American Mathematical Society) et qui constitue un système de diffusion sélective de l'information pour les seuls mathématiciens. D'autre part, le classement systématique des bibliographies spécialisées (Mathematical Reviews, Zentralblatt für Mathematik) semble donner toute satisfaction aux spécialistes.

#### Utilité pratique et intérêt pédagogique des classifications -

En outre, l'intérêt d'un classement systématique des ouvrages en libre accès n'est plus à démontrer. Rappelons-en brièvement les avantages. C'est d'abord une économie de temps et de peine : lorsque les livres traitant d'un même sujet sont classés ensemble, l'utilisateur évite les allées et venues entre les rayons et les catalogues ; il évite aussi l'utilisation systématique du catalogue "alphabétique-matière" dont nul n'ignore les pièges pour y avoir été pris au moins une fois (ce catalogue

restant bien évidemment un outil indispensable). L'intérêt est aussi pédagogique car une bibliothèque munie d'une bonne classification offre au chercheur débutant un panorama concret du développement et de la structure de sa spécialité ; cela pourra l'aider à choisir son thème de recherche en connaissance de cause et non pas par hasard, ou en suivant une mode, comme c'est souvent le cas (1). Il pourra aussi s'intéresser à d'autres spécialités s'il sait mieux les situer par rapport à la sienne, car il ne faut pas oublier que la recherche peut passer de l'approfondissement d'un domaine très précis à l'élargissement de ce domaine vers des domaines voisins, établissant des ponts qui peuvent être à l'origine de disciplines fondamentales, comme la topologie algébrique, ou, en mathématiques appliquées, la théorie quantique des champs ; "la recherche se développe pour une part variable de façon non arborescente, non d'un ensemble à ses parties, à ses détails, mais d'un ensemble à un autre ensemble, d'une partie ou d'un élément d'un ensemble à une partie ou un élément d'un autre ensemble. Elle "saute" fréquemment les limites de classe, "pense à côté", établit des ponts..." (2).

(1) - cf. BIZE (Etienne) - La Mode en mathématiques.

in : Mathématiques, mathématiciens et société/Pierre Samuel - Orsay, 1974.-

(Publications mathématiques d'Orsay ; 86).

"Partout où il y a un groupe de mathématiciens, on observe, en général, une mode. Exemple : une promotion de math. à l'E.N.S. En général il y a un noyau de quelques individus brillants (et souvent bruyants) qui se précipitent à grands cris dans une direction donnée, les motifs réels du choix n'étant pas toujours très clairs. Très souvent la personnalité du directeur du groupe de recherche correspondant a un rôle important dans ce type de choix. Ensuite, la mode est lancée et, "pour avoir de l'esprit", il faut travailler dans le même domaine !".

(2) - [6] p 92 -

.../...

Toutefois, on pourra remarquer que le classement en rayon est forcément linéaire et ne peut donc traduire qu'une infime partie des relations entre les divers sujets. Les classifications elles-mêmes sont en fait plus ou moins inadaptées et cela pour deux raisons principales : d'abord parce que l'évolution de plus en plus rapide des connaissances exigerait une adaptation constante et le remaniement d'une classification est toujours délicat, ensuite parce que tout choix d'un système est forcément arbitraire, subjectif, et ne peut emporter le consensus général.

### Les mathématiques et leur évolution -

Considérons le premier point ; les mathématiques n'échappent pas à la règle du développement accéléré ; et il ne s'agit pas seulement d'un accroissement quantitatif des spécialités, il y a en même temps évolution des points de vue et bouleversement des structures. Ainsi, selon un éminent mathématicien : Jean DIEUDONNE, l'idée s'est ancrée dans l'esprit du public "d'une science immuable et figée, trônant dans un empyrée de vérités absolues... et ignorant les tâtonnements et les incertitudes des pauvres sciences dites expérimentales. Il y a plus de cent ans que les mathématiciens professionnels sont revenus d'une aussi naïve arrogance.... Ce qui change en mathématiques, c'est le point de vue où l'on considère les résultats déjà acquis, et, comme dans toutes les autres sciences aussi, ces changements se font à l'heure actuelle avec une vitesse qui va croissant". (1). DIEUDONNE parle aussi de "contexte renouvelé", de "bouleversements périodiques", de "remises en ordre de l'édifice mathématique" ; il en décrit le processus de façon imagée : "du rang majestueux de théorèmes fondamentaux, il leur (les théorèmes) arrive maintes fois de se voir peu à peu dégradés à la position subalterne de simples corollaires de plus en plus méprisables, pour finir souvent dans le grenier des exercices que l'on abandonne à l'apprenti mathématicien".

Un philosophe des mathématiques : Morris KLINE, évoque dans un article de la Recherche (2) la "crise des fondements" qui subsiste depuis la deuxième moitié

(1) - [2] p 8

(2) - [5] p 208

du 19e siècle, alimentée par la découverte de géométries non euclidiennes, et certaines contradictions apparentes (la plus célèbre étant le paradoxe de Russell dans la théorie des ensembles) qui semblaient remettre en cause la cohérence de l'édifice mathématique. Désormais "la prétention de vérité a dû être abandonnée..... Sans compter la variété des algèbres et des géométries, il faut maintenant accepter le fait qu'on a la liberté de recourir à l'axiome du choix et à l'hypothèse du continu ou de les rejeter. De ces divers choix possibles peuvent naître des mathématiques tout aussi diverses".

Mais il n'est pas nécessaire de se placer au niveau de la philosophie des mathématiques pour constater une évolution. DIEUDONNE évoque le hiatus entre l'enseignement des mathématiques à l'université, qui évolue avec la science, et l'enseignement dans les lycées, coupé de la recherche et rebâchant des théories tombées en désuétude (c'était en 1964). Il insiste en particulier sur le cas de la géométrie (1) : on enseigne en effet peu ou prou, dans les années terminales des lycées... toute une impressionnante liste de "sciences" :

la "Géométrie pure" ; la "Géométrie analytique" ; la "trigonométrie" ; la "Géométrie projective" ; la "Géométrie conforme" ; la "Géométrie non euclidienne". Non seulement toutes ces disciplines sont-elles en général présentées isolément, mais encore est-il fréquent de voir chacune s'efforcer d'ignorer totalement les autres et se targuer de son "indépendance"... Or, on sait... que sous ces défroques d'un autre âge se cache toujours une seule et même discipline, l'algèbre linéaire....".

Or, parmi les classifications étudiées dans la deuxième partie, nous constaterons effectivement un tel cloisonnement dans les moins récentes. Plus généralement, nous essaierons de voir en quoi et comment l'évolution des classifications peut être le reflet de celle des mathématiques.

(1) [2] p.9

La classification doit refléter l'idée que l'utilisateur a de sa spécialité

Quant à savoir si une classification peut être l'objet d'un consensus général, c'est moins probable pour une classification que pour un thesaurus, car les relations de hiérarchie qui apparaissent dans ce dernier sont bien loin de former une structure aussi riche et organisée que celle d'une classification. Or, si l'on admet que le critère fondamental est celui de l'adaptation aux besoins de l'utilisateur, il est indispensable que celui-ci s'y retrouve, donc que la classification reflète l'idée qu'il a de sa spécialité.

Or, les bibliothécaires ne se sont pas toujours entendus sur ce point. Nous n'entrerons pas dans la querelle entre partisans d'une classification basée sur un "ordre naturel des sciences" qui selon eux existerait, et partisans d'une classification "objective", conventionnelle, basée uniquement sur la documentation existante, dispensée d'être conforme à l'opinion des savants et indépendante de toute idéologie.

Citons OTLET (1)-: " La classification bibliographique et documentaire... renonce à être une oeuvre de la raison théorique pour se borner à en être une de la raison pratique. La continuité, la stabilité, ses desiderata principaux, justifient les discordances avec l'ordre scientifique rigoureux... La classification décimale a trois caractères : 1° conventionnel et standardisé...".

A l'opposé, BLISS croit à une classification conforme à un ordre naturel des sciences : "It is one of the purposes of this publication to demonstrate that a coherent and comprehensive system based on the logical principles of classification and consistent with the system of science and education, may be available to service in libraries, to bibliographies and to documentation" (2). Il distingue d'ailleurs une "library classification", destinée au seul classement des livres sur les rayons, d'une "bibliographic classification", qui, elle, classerait les sujets des livres, et, plus généralement, les idées ; la "bibliographic classification" contient donc davantage.

(1) - OTLET (Paul) - Traité de la documentation. - 1934.

(2) - BLISS (Evelyn). - A Bibliographic classification. - New-York, 1940. (Préf)

Nous dirons simplement que, certes, la classification n'est pour le bibliothécaire qu'une technique, et que ce n'est pas à lui de juger de sa conformité à un "ordre naturel des sciences", en supposant qu'il existe. Mais cette technique n'est valable que si elle est efficace, et elle ne peut l'être qu'à la condition de se conformer aux besoins et aux opinions de l'utilisateur ; en particulier, il est indispensable que la classification reflète l'idée qu'il a de sa spécialité, et qu'elle évolue avec la science.

L'exemple de la classification de la Library of Congress, prétendument élaborée à partir du seul fonds documentaire d'une bibliothèque, n'est pas convaincant.

Il semble que le travail de construction ait été long et difficile, et le résultat est bien décevant, si l'on en croit Eric de Grolier qui juge cette classification inadéquate et confuse (1). D'ailleurs, en fait, le classificateur s'est servi de classifications déjà existantes, et la construction n'a été qu'une adaptation -originale, certes- de celles-ci à la documentation réelle de la Library of Congress. De toute façon, le résultat est que cette classification ordonne non des livres, mais des idées, même si elle réduit à sa plus simple expression la structure hiérarchique.

#### Accord et désaccord entre les spécialistes

Mais les spécialistes peuvent-ils s'entendre sur une classification ? Un consensus de tous les mathématiciens semble possible, puisque leur domaine est une science pure et exacte, donc en principe indépendante de toute idéologie et détachée des contingences matérielles, et puisque le domaine est finalement assez restreint, comparé aux sciences physiques et naturelles, foisonnantes.

Il n'est cependant pas possible d'ignorer les divergences. Le seul examen des classifications en révèle ; ainsi, par exemple, la limite entre l'arithmétique et l'algèbre n'est pas nette : la théorie des nombres fait partie tantôt de l'une tantôt de l'autre ; ainsi l'introduction des mathématiques appliquées se fait très inégalement dans les classifications (voir l'étude faite dans la deuxième partie).

(1) - [4] .



Mais il suffit d'écouter les mathématiciens. DIEUDONNE évoque les "querelles des géomètres "synthétiques" et des géomètres "analytiques" [qui] ont rempli des volumes au XIXe siècle (1). Dans un autre texte (2), il révèle des divergences fondamentales entre mathématiciens professionnels concernant le choix des sujets et des méthodes de recherche ; il affirme l'existence de trois grandes "tendances" : les traditionnalistes, les égalitaristes, et, entre les deux, les bourbakistes. Dans ce même texte, il établit lui-même une distinction très controversée (pour son élitisme excessif) entre "mathématiques nobles" et "mathématiques serviles", les théories nobles étant les théories fécondes, celles qui se développent au niveau de la recherche et contribuent à étendre l'édifice mathématique. Il en déduit une classification sommaire des spécialités en six catégories par ordre décroissant de "valeur".(3).

D'autre part, si tous les mathématiciens s'entendent pour établir une distinction entre mathématiques pures et mathématiques appliquées, ils ne situent pas tous la frontière au même endroit : ainsi MALGRANGE (et bien d'autres) propose de rattacher à l'analyse les probabilités et la théorie du contrôle, rangées traditionnellement dans les mathématiques appliquées (4).

Comment le malheureux bibliothécaire peut-il s'y retrouver ? Qu'on se rassure ! Pour l'instant, les mathématiques différentes évoquées par KLINE ne sont développées que par les logiciens qui constituent un groupe à l'écart des autres mathématiciens. D'un autre côté, la classification de DIEUDONNE, si critiquée qu'elle ait été dans son principe, est quand même utile au bibliothécaire et au classificateur, parce qu'elle le renseigne sur l'aspect de la recherche (à une époque donnée), donc sur la répartition de l'afflux de littérature mathématique dans les bibliothèques universitaires ou spécialisées.

(1) - [2] p.9

(2) - DIEUDONNE (Jean) - Orientation générale des mathématiques en 1973.  
in : Gazette des mathématiciens - Octobre 74 .

(3) - id. p. 79

(4) - MALGRANGE (Bernard) - A propos d'un article de DIEUDONNE.  
in : Gazette des mathématiciens - Février 1975.

D'ailleurs, un consensus de tous les mathématiciens à propos d'une classification n'est peut-être pas utopique; s'il existe des modes et des chapelles, leur rôle est négligeable, car, finalement, les divergences portent sur des points de vue, des appréciations, des jugements de valeur, mais jamais sur le fond même des mathématiques, qui n'est jamais remis en cause, contrairement aux autres sciences; car tout ce qui a été démontré reste vrai, même si on peut l'écartier comme théorie désuète et stérile.

En fait, la principale difficulté pour le classificateur vient de l'évolution de la science, rapide et discontinue: "la science ne procède pas par progrès continu, sans accros, mais bien à travers des théories contradictoires, opposées, et...c'est sans doute dans ces contradictions même que réside le moteur qui la fait avancer" (I).

#### Peut-on faire évoluer les classifications?

Aussi nous intéressons-nous aux capacités d'évolution d'une classification. Il est clair que le "retouchage" d'une classification très hiérarchisée est une opération très délicate, car la modification d'une rubrique à un noeud de la classification a des conséquences sur toutes les rubriques qui en "dépendent". Un autre critère sera l'existence de classes ou de rubriques laissées libres pour l'insertion éventuelle de nouveaux sujets.

Il semble donc qu'une classification soit d'autant plus souple qu'il y a moins d'échelons (ou niveaux de hiérarchie) -donc nécessairement plus de rubriques à chaque niveau- et que le nombre de classes ou de rubriques vides est important. Ces remarques seront complétées et précisées sur des exemples dans la deuxième partie (cf. p. 12).

(I) - [3] p. 109.

Ce problème de l'évolution va-t-il se simplifier à l'avenir ? Peut-être, si l'on en croit Eric de Grolier (1) : " nous avons cherché ... à montrer -à la suite de PIAGET et d'autres- que les sciences, prises en particulier, et leur système en général, marchaient, à travers de multiples oscillations, contradictions, etc..., vers un état d'équilibre plus parfait et une plus grande stabilité ". Mais, un tel phénomène serait surtout favorable aux classifications encyclopédiques, car (et c'est souhaitable !) il y aura certainement toujours un foisonnement de nouveaux sujets et de nouvelles spécialités au niveau de la recherche.

(1) [3], p 109.

Deuxième partie

ETUDE DE QUELQUES CLASSIFICATIONS DES MATHÉMATIQUES

Préliminaires -

Les problèmes soulevés dans la première partie nous conduisent à nous interroger sur l'état des classifications actuellement utilisées en mathématiques. Nous avons choisi d'étudier les suivantes, que nous citons dans l'ordre "chronologique" (en fait, la date indiquée est celle de l'édition utilisée ; la plupart des classifications sont plus anciennes, parfois beaucoup plus, la classe des mathématiques n'ayant pas été révisée entre deux éditions, et l'ordre chronologique réel n'est certainement pas celui que nous avons indiqué). Pour chaque classification, une abréviation a été choisie pour alléger la rédaction :

<u>Classification</u>	<u>Abréviation</u>
-A Bibliographic classification/by E. Bliss- New-York; 1940	Bliss
-Universal decimal classification : complete English edition. - 4e éd. - London, 1965.	CDU <sup>4</sup>
-Colon classification/Ranganathan.- 6e éd.-Bombay, 1959.	CC
-Decimal classification/Dewey.-17e éd.-New-York, 1965.	CD I7
-Classification décimale universelle : édition moyenne.- Bruxelles, 1967.	CDU <sub>m</sub>
-Table des matières.  in : Bulletin signalétique du CNRS : section Mathématiques pures et appliquées.- 1968	CNRS
- AMS (MOS) subject classification scheme  in : Mathematical Reviews : - 1970 -	AMS
-Decimal classification/Dewey.- 18e éd.-New-York, 1971	CD I8
Library of Congress Classification.- 6e éd.-Washington, 1973.	LC
Cumulated UDC supplement 1965 -1975 : volume II : class 5.	CDU <sub>r</sub> (récente)

.../...

Un bref aperçu sur ces classifications révèle pour la plupart une inadéquation à la science mathématique actuelle. Par le vocabulaire utilisé, par l'importance relative des spécialités, par l'absence même de certaines spécialités fondamentales, elles reflètent plutôt l'état des mathématiques d'il y a un demi-siècle. Mais l'évolution des classifications des plus anciennes aux plus récentes semble correspondre à celle des mathématiques : effacement de matières qui ne sont en fait que de pures techniques (trigonométrie, géométrie descriptive) mise en place progressive des trois grands piliers sur lesquels s'appuie l'édifice mathématique contemporain : théorie des ensembles, l'algèbre abstraite, la topologie. Nous nous proposons d'étudier cette évolution de façon plus précise dans les chapitres qui suivent. Auparavant, nous avons choisi d'étudier quelques caractères objectifs simples des classifications.

1- Place réservée aux mathématiques dans les classifications encyclopédiques -

Le tableau suivant indique en dernière colonne le pourcentage de "place" réservée aux mathématiques dans la classification (la place étant évaluée par le nombre de pages). On a exclu, outre les classifications spécialisées, la CDU et la L.C. dont l'édition complète est publiée en plusieurs fois et avec des présentations différentes (le rapport du nombre de pages n'est donc pas significatif).

Classifications	Nb de pages pour les mathématiques	Nombre total de pages	Pourcentage
Bliss	18	933	1,9 %
C.C.	6	83	7,2 %
C.D. I7	8	1 132	0,7 %
C.D.U. <sub>m</sub>	4,5	383	1,2 %
C.D. I8	15	1 165	1,3 %

Il n'y a rien d'étonnant à ce que la Colon Classification, la seule élaborée par un mathématicien, Ranganathan, développe davantage les mathématiques. Mais, curieusement, on constate dans toutes les autres un pourcentage de "développement

du même ordre de grandeur (1 à 2 %), d'ailleurs très faible si l'on songe à la place que prennent les mathématiques dans l'enseignement pas exemple.

2- La capacité d'évolution de la classification dépend de son type de structure, en particulier, de deux critères (cf. p.8) : le caractère plus ou moins hiérarchisé, et la place plus ou moins grande laissée aux rubriques "libres". Pour chaque classification, nous avons retenu les caractères suivants :

a) - le nombre maximal d'échelons - les éléments du premier (resp. deuxième, resp. dernier) niveau ont été appelés classes (resp. sous-classes, resp. rubriques) - et le nombre minimal d'échelons par classe.

b) - la base de division : la plupart des classifications ont une base virtuelle uniforme (10 pour les classifications décimales) parfois deux (pour les classifications alphanumériques par exemple), mais la base réelle n'a aucune raison d'être uniforme. Partant de certaines hypothèses psychologiques, Cordonnier a "établi" que le maximum de simplicité (pour les conditions techniques de classement et de recherche documentaire) était obtenu pour une base moyenne égale à  $e \approx 2,72$  (1), donc proche de 3. Or, Pagès constate une prépondérance des classifications trichotomiques, mais avec une tendance à l'augmentation de la base initiale moyenne (effectivement les résultats obtenus -colonne 4 du tableau- confirment cette évolution).

On remarquera à ce sujet que les classifications du type AMS ou Bliss, plus souples et faciles à remanier (moins hiérarchisées, et avec beaucoup de rubriques libres) pèchent de ce côté-là : la chercheur aura du mal à retrouver la rubrique qui l'intéresse s'il doit à chaque niveau choisir parmi de nombreuses possibilités

c) - la base réelle moyenne : calculée de façon statistique : on a simplement pris une vingtaine de divisions et fait la moyenne des bases réelles.

d) - le nombre de classes vides (laissées libres)

e) - la proportion de sous-classes vides par classe : on a simplement considéré 3 catégories : I - sous-classe (une) vide de temps en temps, ou aucune

II - au moins une sous-classe vide par classe, mais moins du tiers

III - au moins un tiers de sous-classes vides.

(1) [6] , p 7

On a exclu de cette étude la L.C. dont la structure hiérarchisée n'apparaît pas très

Classification	Nombre d'échelons max ; min	base virtuelle	base moyenne réelle	Nombre de classes vides	sous-classes vides par classe
Bliss	2 ; 2	26 ; 10	23	0	II
CDU 4	7 ; 3	10	5	0	I
C.C.	(5 ; 2)	(10 ; 26)	(5)	(0)	(II)
C.D. I7	4 ; 2	10	6	I	II
CDU <sub>m</sub>	5 ; 2	10	7	0	II
CD I8	5 ; 3	10	4,5	2	II
CNRS	3 ; 2	10 ; 26	8	indéterminé	III
AMS	3 ; 3	100 ; 26	8	23	III
CDU <sub>rec</sub>	7 ; 6	10	4,5	3	II

nettement. D'autre part, les résultats obtenus pour la C.C. sont sujets à caution, car ils ne rendent pas compte de la structure particulière de la C.C., classification à facettes.

On peut déduire de ce tableau trois groupes de classifications :

1er groupe : Classifications peu hiérarchisées (2 à 3 échelons) avec beaucoup de rubriques libres et une certaine homogénéité dans le développement des classes. AMS, CNRS, Bliss.

Elles sont très souples, mais la base de division est forte.

La moins bonne est celle de Bliss : forte base de division, aucune classe vide.

2e groupe : Classifications très hiérarchisées (5 à 7 échelons) avec nombreuses rubriques libres, et au développement homogène. La base de division est de l'ordre de 5, donc l'utilisation sera simple. Mais elles sont moins souples que celles du 1er groupe. CD I8, CDU<sub>F</sub> (meilleure).

3e groupe : Classifications très hiérarchisées avec peu de rubriques libres et un développement très peu homogène. Ce sont les plus mauvaises- CDU<sub>m</sub>, CDU<sub>4</sub>, CC. (CD I7 entre le 2e et le 3e groupe).

.../...

## Chapitre 1

Exemple d'utilisation de deux classifications (CDU 4 et AMS) : classement des articles de recherche.

Il n'est plus besoin de prouver que la CDU (avant les corrections de 1975) est totalement inadaptée au classement des articles de recherche mathématique; d'ailleurs, la plupart des bibliothèques d'institut préfèrent la classification AMS (tronquée le plus souvent) (1). Mais l'inadéquation de la CDU 4 peut être précisée par quelques comparaisons et calculs simples.

La revue Soviet Mathematics Doklady publie la traduction en anglais d'articles russes de recherche mathématique. Selon la loi soviétique, chaque article est muni d'un indice de classification CDU ; de leur côté, les Américains ont ajouté les indices AMS (1 à 3 indices primaires, 1 à 3 indices secondaires) ; en fait, la CDU dispose du symbole de relation, ( : ) qui lui permet d'exprimer plusieurs notions simultanément. Nous avons comparé ces indices sur les articles parus en janvier et février 1975 [7] (donc avant les corrections de 1975, et à une dizaine de rubriques près, la CDU utilisée est presque la CDU 4). Ceci nous a amené à classer les articles en 5 catégories, compte tenu du fait que la "rubrique CDU" donnée par les indices n'est jamais plus précise que la "rubrique AMS".

1-La rubrique CDU est équivalente aux rubriques primaires AMS

2-La rubrique CDU est équivalente à l'une des rubriques primaires AMS

3-La rubrique CDU est un peu plus générale (et correspond, par exemple, à une ou plusieurs sous-classes AMS)

4-La rubrique CDU est beaucoup plus générale (et correspond, par exemple à une ou plusieurs classes AMS)

5-Le sujet de l'article a été considéré d'un point de vue totalement différent par les deux classificateurs. (Certains articles pourront appartenir à plusieurs catégories).

(1) - cf. l'enquête effectuée par la Société Mathématique de France, dépouillée dans -Gazette des mathématiciens- n° 6, février 76.....p80.

La question posée était : que pensez-vous de l'adoption générale de la classification AMS ?

- 28 bibliothèques préfèrent la classification AMS (tronquée ou non)
- 6 la refusent, parce que trop fine
- 21 ne répondent pas.

.../...



Pour déterminer la catégorie de chaque article, nous avons recherché le ou les indices AMS correspondant au sujet de l'indice CDU de l'article. (Evidemment, le résultat n'est pas exempt d'erreurs : les unes proviennent de défaillances humaines : celles de l'auteur, les autres de l'absence d'une parfaite correspondance entre un indice CDU et des indices AMS).

D'autre part, nous n'avons mis en doute la compétence ni des Américains ni des Soviétiques et nous avons posé a priori que les indices qu'ils choisissaient étaient les plus appropriés et les plus précis, compte tenu de la classification utilisée (en fait, ceci n'allait pas de soi dans trois ou quatre cas).

Résultats : on obtient, sur 53 articles étudiés (voir p 16) :

Catégorie 1 : 2 articles

Catégorie 2 : 6 articles

Catégorie 3 : 10 articles

Catégorie 4 : 26 articles

Catégorie 5 : 12 articles.

Ces résultats nous conduisent à deux constatations simples :

1- Presque un quart des articles appartiennent à la catégorie 5 : ceci met en évidence la subjectivité de celui-ci qui indexe (la plupart des cas) ou (dans les autres cas) l'absence de rubriques CDU correspondant à certains indices AMS (en particulier dans les deux cas marqués \*).

2- La majorité des articles appartiennent aux catégories 3 et 4 : ainsi la CDU donne des sujets beaucoup moins précis. Or, un calcul statistique (en comptant le nombre moyen de rubriques des dix premières pages) nous donne pour la CDU (33 pages) :  $33 \times 65 = 2\ 145$  rubriques, pour la classification AMS (26 pages) :  $26 \times 92 = 2\ 392$  rubriques, (en excluant la partie : Informatique, Mécanique des solides... qui n'existe pas dans la CDU).

Ces chiffres sont du même ordre de grandeur ; or, la CDU n'est pas, pour des sujets de recherche, plus précise que la classification AMS tronquée au niveau des sous-classes et possédant environ dix fois moins de rubriques. Nous retrouverons plus loin (1) les raisons de cette inadéquation, en particulier la prolifération de rubriques sans utilité, évoquant des curiosités mathématiques sans grand intérêt.

(1) - chap. 2

.../...

Indice CDU	Indice(s) AMS trouvé(s)	catégorie	Indice CDU	Indice(s) AMS trouvé(s)	Catégorie
5I9.1	05	4	5I7.55	32	5
5I9.4 : 5I7 : 5I3.88	(12,13,16, (20,46	(6 (4	5I7.43	47.005,58 G	1
5I7.5	26,30,32 46	4	5I7.9	34,35,39	4
5I7.945	35 F 05	5 *	5I7.544	30 A 88	2
5I3.83	54,57	4	5I7.9I7	34 C 30	2
5I9.1	05	4	5I3.88	46	4
5I7.947.44	35 L 05	2	5I3.88	46	5
5I3.88	46	5	5I7.54 + 5I7.862	30 A 24,32 N	5
5I7.12 : 5I9.51	02 K	3	5I3.6	I4 H, 14 J, 53 A	5
5I7.5I	26	4	5I7.946.8I	35 F 05	2
5I3.82 + 5I1	10,50	4	5I3.88 + 5I9.47	46, 57 E	5
5I3.83I	54	4	5I7.92 + 5I3.88	34,46	4
5I7.422	53 B 30	1	5I7.947	35 F 05, 35 G 05	3
5I7.946	35 G05	3	5I7.5I	26	4
5I7.948 : 5I3.88	39,46	4	5I9.46	22	4
5I3.83 + 5I9.46	22,54,57	4	5I7.2	26 A 24, 26 A 54 26 A 57, 46 G 05	3 et 5
5I7.947.44	35 L 05	2	5I3.83	54,57	4
5I7.11	02	4	5I9.251.8	62 F 05, 62 G 10	3
5I7.5I	26	4	5I7.925	34 A	3
5I7.945	35 F 05	5 *	5I9.46	22	4
5I3.833	57 A 10 57 A 15	5 et 3	5I3.83	54,57	4
5I8 : 5I7. 948	39, 65 -0I	4	5I7.II	02	4
5I7.5	26,30,46	4	5I7.946.8	35 J	3
5I7.9II	34 A 10	2 et 5	5I7.947.44	35 G 05	3
5I7.947/42	35 J 05	5	5I3.835	57	4
5I7.944	35 F 05 35 G05	3	5I3.83	54,57	4
5I3.88	46	4			

\*-L'article porte sur des équations quasi-linéaires (donc en fait non linéaires) ; or, la CDU 4 ne prévoit pas l'étude des équations non linéaires (c'est un sujet récent) et l'indice CDU est un indice d'équations linéaires. ....

Chapitre 2 -

Vocabulaire et choix des rubriques -

Le vocabulaire mathématique est très précis ; chaque terme est défini rigoureusement. Il y a, toutefois, quelques polysémies, à la fois rares et bien connues : ainsi le terme "algèbre" et l'expression "géométrie analytique" recouvrent chacun deux réalités différentes ; en anglais, le mot "field" signifie tantôt corps, tantôt champ (de vecteurs).... Plus fréquents sont les termes qui n'ont de sens précis que dans un contexte donné : c'est le cas de forme, espace, équation, variation, opérateur, invariant... D'autre part, la lecture des tables de classification nous montre dans certaines, quelques termes ou notions périmées.

Nous avons divisé les exemples relevés en trois groupes :

- termes ou expressions qui ne sont plus usités et sont remplacés par d'autres -
- notions non pas périmées (en mathématiques, tout ce qui a été démontré reste "vrai") mais tombées dans l'oubli, reléguées au musée des curiosités mathématiques ou simplement cas particuliers (sans intérêt autre qu'historique) de théories. plus générales-
- termes ou expressions trop vagues ou trop généraux qui n'ont plus guère de sens pris isolément.

Les termes du premier groupe gênent l'utilisateur... Mais l'existence de notions du deuxième groupe révèle une inadéquation de la classification à la science actuelle. Quant aux exemples du troisième groupe, ils perturbent la structure en regroupant sous un même chapitre des réalités parfois très différentes.

Principaux exemples relevés :

a)-Premier groupe

_ mengenlehre (Bliss, CD I7, CDU 4).....	}	pour : théorie des ensembles (set theory)
_ aggregate (Bliss, CD I7, CDU 4).....		
_ space analysis (CD I7) .....	}	pour exterior algebra
_ Grasmann's space analysis (Bliss) .....		
_ increment (Bliss) .....		pour accroissement, variation
_ flexion rate (Bliss) .....		pour dérivation rules
_ quantics (Bliss, CD I7, CD I8) .....		pour theory of forms
_(modern synthetic (Bliss) .....	}	pour projective geometry
_(synthetic geometry (CD I7, CDU4).....		
		.../...

- calculus (CD I7, L.C.) ..... pour analysis (l'utilisation de ce terme révèle une conception étriquée de l'analyse, qui se réduirait à de simples techniques de calcul. En particulier, la LC introduit "mesure et intégration" sous "calculus" et semble limiter une théorie parmi les plus abstraites à de simples calculs d'intégrales).
- continuous groups (Bliss, CD I7, CDU 4, LC, CDUm). pour Lie groups
- incommensurable (CDU 4) ..... pour irrational
- analysis situs (CDU 4, CD I7, CDU m) ..... pour topology
- hyperspace (LC)
- proximity space (LC) ..... pour neighbourhood (voisinage)
- domains of numbers (Bliss) ..... pour fields
- ideal numbers (Bliss) ..... pour ideals

b)- Second groupe :

- porism (Bliss, CD I7)
- geometry of position (Bliss)
- nonion, multenion (CDU 4, CDU m)
- complexes and congruences -line geometry (CDU 4, CDU m)
- enumerative geometry (CDU 4, CDU m, LC)
- denumerative geometry (CD I7)

Nombreux sujets sous les indices 5I3.1/.5 de la CDU 4 ; citons : "Constructions by rules and compasses" (4 indices !) ... et, le plus choquant sans doute "quadrature of the circle" (5I3.494) qui apparait aussi dans la LC sous la forme "circle squaring"

c) - Troisième groupe :

- theory of equations (Bliss, CD I7, CDU 4, LC)
- theory of operators (CDU 4).

CONCLUSIONS :

Cas de la CDU 4 :

La CDU4, qui développe ses classes davantage que les autres classifications (environ 2150 rubriques) en même temps accumule des rubriques inutiles recouvrant des notions à la fois trop précises et sans grand intérêt pour la recherche depuis un

.../...

bon siècle. Et même au niveau élémentaire, elle est difficilement utilisable; d'une part, il y a <sup>un</sup> trop grand fractionnement en sujets particuliers, qui se traitent en une ou quelques pages et ne feront sans doute jamais l'objet d'un livre ; d'autre part, le niveau des rubriques est très irrégulier : on saute parfois du niveau le plus bas (exemple : "clock problems") à une rubrique voisine de niveau supérieur ("continued fractions"). Toutefois, la CDU4 est relativement ancienne, ce qui explique ses défauts.

Les classifications qui n'ont pas été citées sont :

- les classifications spécialisées (AMS, CNRS)
- la CDU r, la plus récente
- la CC, élaborée par un mathématicien. On verra plus loin qu'elle n'est pas sans défauts, mais du moins le vocabulaire est-il totalement adéquat.

Les autres sont :

- la CD I8, citée une seule fois
- la IC, très souvent citée, ce qui est grave pour une classification récente (1973)
- Bliss, CD I7, CDU 4, CDU m (qui n'est, en fait, qu'un résumé de la CDU 4), les plus citées, sont aussi les plus anciennes, comme on pouvait s'y attendre.

.../...

### Chapitre 3 -

#### Evolution des classifications -

Nous nous proposons d'établir un parallèle entre l'évolution des mathématiques et celle des classifications.

En premier lieu, nous étudierons la place relative accordée aux différentes matières dans les classifications. Pour sept matières importantes, nous avons calculé leur "pourcentage de développement", i.e. le quotient :

$$\frac{\text{nombre de rubriques de la matière}}{\text{nombre total des rubriques des 7 matières considérées}}$$

(on ne comptera pas au dénominateur les rubriques d'autres sujets : histoire des mathématiques, informatique, métrologie...).

Nous avons exclu de cette étude l'AMS qui ne fait pas apparaître explicitement les sept matières étudiées, mais les fait éclater en plusieurs classes.

#### Explications du tableau (page suivante)

Dans chaque case du tableau, le premier chiffre est le nombre de rubriques de la matière (ou le nombre de pages : on mentionne alors : p.) ; le second est le pourcentage de développement -en %- ).

Les chiffres donnés pour la CC sont entre parenthèses, car ils sont sujets à caution, à cause de la structure particulière de la CC.

#### Remarques suscitées par le tableau :

(compte tenu du fait que les classifications sont citées dans l'ordre "chronologique")

a) - la logique, non mentionnée dans les premières classifications, se développe peu à peu et passe de 0 à 5 %.

- la topologie se développe considérablement (de 0,3 à 20 %) ; les deux extrêmes correspondent resp. à la CDU 4 et la CDUr.

- la place de l'analyse reste sensiblement la même (si l'on excepte la CC dont les résultats sont sujets à caution)

- l'arithmétique décroît légèrement.

- les trois autres matières oscillent autour d'un chiffre moyen sans qu'on puisse déterminer le sens de leur évolution.

b) - le cas de la géométrie et de la topologie -

Nous avons remarqué que les forts pourcentages de l'une correspondaient aux faibles pourcentages de l'autre (sauf pour la LC : deux pourcentages forts ; et la CC : deux pourcentages faibles).  
.../...

Tableau n° 20 a

	Logique	Arithmétique	Algèbre	Topologie	Analyse	Géométrie	Probabilités Statistiques
SS B/SS	0 ; 0	22 ; 9,3	71 ; 30	1 ; 0,4	45 ; 19	70 ; 29	28 ; 12
4 CDU4	2 ; 0,1	2,5p,7,6	3p ; 9	6 ; 0,3	7p ; 21	18p ; 55	2,5p ; 7
CC	(0 ; 0)	(41 ; 15)	(49 ; 18)	(1 ; 0,4)	(130 ; 48)	(37 ; 14)	(12 ; 4,5)
17 CD17	0 ; 0	17 ; 12	36 ; 25	1 ; 0,7	39 ; 27	46 ; 32	5 ; 3,5
m CDU <sub>m</sub>	3 ; 0,1	48 ; 16	33 ; 11	1 ; 0,3	53 ; 18	145 ; 48	21 ; 7
S CNRS	1 ; 1	10 ; 10	15 ; 16	12 ; 1 2	24 ; 25	10 ; 10	24 ; 25
18 CD18	6 ; 0,3	26 ; 11	41 ; 18	14 ; 6	77 ; 33	50 ; 21	20 ; 8,5
LC	18 ; 5	22 ; 6	58 ; 16	32 ; 9	69 ; 19	135 ; 38	55 ; 15
r CDU <sub>r</sub>	0,5p ; 2,5	1p ; 5	4,5p ; 22	4p ; 20	55p ; 27	3,5p ; 17	1,5p ; 7,5

Nous constatons aussi dans les classifications qui sont apparues comme les meilleures au chapitre 2 (CNRS, CDUr), une décroissance de la géométrie et une croissance de la topologie. Celle-ci semblerait émerger de la géométrie.

Nous allons préciser cette évolution en étudiant plus particulièrement un certain nombre de spécialités appartenant à deux catégories :

- les unes sont des matières généralement anciennes, qui ne sont plus depuis longtemps objets de recherche, et qui sont de pures techniques, servant essentiellement à l'ingénieur ou à l'architecte.

Ce sont : la trigonométrie ; la géométrie descriptive.

- les autres sont des matières dont l'importance pour les mathématiques s'est révélée au cours du 20 siècle, soit parce qu'elles étaient auparavant intégrées à d'autres domaines (la logique à la philosophie, la mécanique à la physique, ...) soit parce qu'elles n'existaient pas auparavant (informatique). Certaines sont des théories achevées et fondamentales (théorie des ensembles, topologie générale) ; d'autres sont de toutes jeunes sciences, en pleine évolution (informatique).

Ce sont : la logique, la topologie, la mécanique, l'informatique, la théorie des ensembles, les probabilités, les statistiques, les e.v.t. (espaces vectoriels topologiques)

Pour chaque matière, une grille rassemble les réponses aux questions suivantes :

- remplit-elle une classe (cl) ? une sous-classe (s-cl) ? une ou plusieurs rubriques (rub) ?
- nombre de rubriques concernées ?
- à quelle classe est intégrée la matière ? (lorsqu'elle ne constitue pas déjà une classe).

#### Interprétations des grilles -

20 à) La trigonométrie et la descriptive, élevées à l'origine au rang de classe se réduisent peu à peu à quelques rubriques jusqu'à disparaître dans les classifications spécialisées (AMS, CNRS) où elles n'ont plus qu'à se glisser dans les rubriques "Divers" (CNRS) ou "None of the above in this section", (AMS).



Trigonométrie	cl s-cl ou rub	Nombre de rubriques	Intégré à une classe
Bliss	rub	10	Theory of equations Theory of functions
CDU 4	cl	9	cl
C C	cl	2	cl
CD I7	cl	4	cl
CDU m	cl	8	cl
CNRS	-	0	
AMS	-	0	
CD I8	rub	2	géométrie
LC	s-cl	5	géométrie
CDU r	rub	3	géométrie

Descriptive	cl s-cl ou rub	Nombre de rubriques	Intégré à une classe
Bliss	cl	22	cl
CDU 4	cl	28	cl
C C	rub	1	géométrie
CD I7	cl	7	cl
CDU m	cl	24	cl
CNRS	-	0	
AMS	-	0	
CD I8	rub	1	géométrie
L C	s-cl	12	géométrie
CDU r	s-cl	17	géométrie

Interprétations des grilles 22 a), 22 b), 22 c), 22 d) -

Nous utiliserons le livre de Bourbaki (1) comme ouvrage de référence pour les questions d'histoire des mathématiques.

La logique et la théorie des ensembles n'ont été admises comme branches des mathématiques par les mathématiciens qu'à la fin du 19e siècle ( [1] , p 46). La logique était auparavant intégrée à la philosophie ; la théorie des ensembles, oeuvre de Cantor, existait depuis quelques décennies.

Les classifications, pour ces deux sujets, accusent un retard d'environ un demi-siècle, puisque les plus anciennes réservent 0 à 2 rubriques pour la logique et la théorie des ensembles (à l'exception de la CDU 4 qui utilise toujours l'ancien mot "aggregate" pour ensemble).

La topologie -

Riemann dégage la notion d'espace topologique à la fin du 19e siècle ( [1] , p146) et cette théorie prend rapidement de l'importance et devient fondamentale au début du 20e siècle (travaux de Poincaré, Borel et Lebesgue).

Ici encore la classification suit l'évolution avec un retard d'un demi-siècle. La modification spectaculaire de la CDU (passage de la CDU 4 à la CDU r) témoigne de la nécessité absolue de cette évolution. Par contre Dewey en semble moins convaincu.

Probabilités et statistiques -

L'importance des statistiques reste à peu près stable dans les classifications ; mais la place des probabilités augmente légèrement. On remarquera qu'elles sont d'abord intégrées à l'algèbre, puis aux mathématiques appliquées.

Ceci correspond à l'évolution de cette science qui s'éloigne de plus en plus de ses origines "algébriques et combinatoires". D'ailleurs, certains mathématiciens proposent de l'intégrer à l'analyse (voir chapitre 1).

.../...

Logique	cl s. cl ou rub	Nombre de rubriques	
BLISS	rub	2	
CDU 4	rub	2	
CC	-	0	
CD 17	-	0	
CDU m	rub	2	
CNRS	cl	1	
AMS	cl	72	
CD 18	4. s. cl	6	
LC	s.cl +	17	
CDUr	cl	46	

Topologie	cl s. cl ou rub	Nombre de rubriques	Intégré à une classe
BLISS	rub	1	Géométrie
CDU 4	rub	6	Géométrie
CC	rub	1	Analyse (function space)
CD 17	rub	1	Synthetic Geometry
CDUm	rub	1	Géométrie
CNRS	cl	12	cl
AMS	cl (3)	247	3 classes
CD 18	cl	14	cl
LC	s. cl	25	Géométrie
CDUr	cl	350	cl

E. V. T.	cl s.cl rub	Nombre de rubriques	l'expression apparaît-elle?
BLISS		0	non
CDU 4	rub	3	non
CC		0	non
CD 17		0	non
CDU m		0	non
CNRS	rub	2	oui
AMS	s. cl	30	oui
CD 18	rub	1	oui
LC	rub	3	oui
CDU r	rub	9	oui

orie des ensembles	Nombre de rubriques	Le terme ensemble apparaît-il ?
BLISS	1	"aggregate" "Mengenlehre"
CDU 4	10	"aggregate"
CC	0	-
CD 17	0	-
CDUm	6	oui
CNRS	7	oui
AMS	12	oui
CD 18	1	oui
LC	1	oui
CDUr	5	oui

Probabilités	cl s. cl ou rub	Nombre de rubriques	Intégré à une classe
BLISS	rub	1	Algèbre élémentaire
CDU 4	s. cl		Classe Fourre-tout
CC	rub	1	Algèbre
CD 17	s. cl	1	Probability & Stat. calculations
CDUm	s. cl	7	Classe fourre-tout
CNRS	s. cl	5	Calcul des probabilités statistique mathématique
AMS	cl	60	cl
CD 18	s. classe	11	Proba. et Maths appliquées
LC	s. cl	27	non
CDUr	s. cl	66	Proba. & Mathematical Statistics

Statistiques	cl s. cl rub	Nombre de rubriques	Intégré à une classe
BLISS	cl	28	cl
CDU 4	s. cl		Classe Fourre-tout
CC	s. cl	11	Algèbre
CD 17	s. cl	3	Proba. et Stat. calculations
CDUm	s. cl	13	Classe fourre-tout
CNRS	s. cl	7	Calcul des Probabilités statistique Mathématique
AMS	cl	76	cl
CD 18	s. cl	9	Proba. et Maths appliquées
LC	s. cl	28	non
CDUr	s. cl	67	Proba. et Mathematical Statistics

Informatique	cl s. cl ou rub	Nombre de rubriques	Intégré à une classe
BLISS	-	0	
CDU 4	-	0	
CC	-	0	
CD 17	-	0	
CDUm	-	0	
CNRS	cl	27	cl
AMS	cl	15	cl
CD 18	s. cl	6	Proba. et Math. appl.
LC	s. cl	5	Algèbre
CDUr	s. cl	-	cl 519 (contenu varié)

Mécanique	cl s. cl rub	Nombre de rubriques	Intégré à une classe
BLISS	-	0	
CDU 4	-	0	
CC	cl	47	cl
CD 17	-	0	
CDUm	-	0	
CNRS	-	0	
AMS	cl	Plusieurs classes	
CD 18	-	0	
LC	cl	55	cl
CDUr	s. cl		Géométrie

E.V.T. (espaces vectoriels topologiques) -

Selon Bourbaki, la théorie a été fondée vers 1920-1930 ( [1] p 230). C'est une spécialité très importante, mais peu développée, comme on le constate sur les classifications. L'évolution est analogue à celle de la topologie, mais moins rapide, et avec un moindre retard (30 à 40 ans).

Informatique :

L'informatique est à peine admise comme branche des mathématiques depuis une trentaine d'années et les classifications la mentionnent avec un retard négligeable.

Mécanique -

Sujet très ancien, très classique, à la limite entre les mathématiques et la physique, a été annexée par la physique. Les mathématiques récupèrent ou non, suivant les modes et suivant les pays, la partie purement mathématique. La grille est le reflet de ces discordances.

.../...

### Conclusions-

Nous avons pu nous convaincre, au cours de cette étude, qu'il y avait de "bonnes" et de "mauvaises" classifications. Il en est de souples et de rigides, de maniables et de compliquées, de désuètes et de modernes, adaptées à la science actuelle. Comme on pouvait s'y attendre, les meilleures sont les plus récentes et les plus spécialisées (CDUr, AMS, CNRS). Mais on peut s'étonner que la C C, élaborée par un mathématicien, accuse presque autant de retard que les classifications du même âge, et qu'elle soit appréciée surtout pour sa souplesse, due à la structure à facettes; que la classification de la Library of Congress, l'une des plus prestigieuses bibliothèques du monde, apparaisse si défectueuse, si peu actuelle malgré son caractère récent.

Que la CD I8 constitue un énorme progrès sur la CD I7; que les autres classifications soient très médiocres, rien d'étonnant à cela. Nous ne cachons pas notre préférence pour la dernière "monture" de la CDU, à laquelle on pourrait quand même reprocher -ce n'est pas négligeable- un développement excessif qui nuit à la clarté. On pourrait alors lui préférer la CD I8, certes moins fine et moins actuelle, mais plus simple. Quant aux classifications spécialisées, leur fond est excellent -puisqu'elles sont élaborées par des mathématiciens- ; mais, si la structure est analogue (classification homogène et peu hiérarchisée), la forme est différente : l'une (CNRS) est courte et très claire, l'autre (AMS) est très fine, très précise, mais aussi d'un maniement plus complexe. Mais la CNRS ne correspond pas pour autant à une classification AMS tronquée : chacune garde son caractère propre, la première plus classique, la deuxième plus orientée vers les sujets de recherche.



BIBLIOGRAPHIE

- [1]- BOURBAKI - Eléments d'histoire des mathématiques - 1960 -
- [2]- DIEUDONNE (Jean) - Algèbre linéaire et géométrie élémentaire -1964-
- [3]- GROLIER (Eric de) - Etude des problèmes de classification documentaire sur le plan international  
in : Revue de la documentation -1953 (P. 105-117)
- [4]- GROLIER (Eric de) - Théorie et pratique des classifications documentaires.  
- 1956 .
- [5]- KLINE (Morris) - Les Fondements des mathématiques -  
in : La Recherche - n° 54 mars 1975 (p 200 - 208)
- [6]- PAGES (Robert) - Problèmes de classification culturelle et documentaire-1955 .
- [7]- SOVIET MATHEMATICS DOKLADY - Janvier - Février 1975 -
- [8]- Dix classifications citées p 10 .

Table des matières

	<u>pages</u>
<u>Problèmes généraux posés par les classifications documentaires et cas particulier des mathématiques</u>	1
- Pourquoi des classifications ?	1
- Utilité pratique et intérêt pédagogique des classifications	1
- Les mathématiques et leur évolution	3
- La classification doit refléter l'idée que l'utilisateur a de sa spécialité	5
- Accord et désaccord entre les spécialistes	6
- Peut-on faire évoluer les classifications ?	8
<u>Etude de quelques classifications des mathématiques</u>	
<u>Préliminaires</u> -	
<u>Chapitre 1</u> - Exemple d'utilisation de deux classifications	14
<u>Chapitre 2</u> - Vocabulaire et choix des rubriques	17
<u>Chapitre 3</u> - Evolution des classifications	20
<u>Conclusions</u> -	24
<u>Bibliographie</u> -	25



Poincaré crut pouvoir affirmer  
mathématiques avaient atteint une rigueur parfaite.  
rématuré.



matiques, à savoir leur vérité. Carl Gauss, le principal responsable de cette création, comprit aussitôt qu'on pourrait appliquer ces nouvelles géométries au monde physique, et bientôt il fut convaincu qu'on pouvait au moins utiliser l'une d'elles. Autrement dit, tout en restant dans les limites d'exactitude des observations et des mesures, il était possible de décrire l'espace physique avec l'une ou l'autre de ces différentes géométries. Mais si plusieurs géométries qui sont, au moins en partie, mutuellement contradictoires peuvent décrire l'espace, alors vraiment nous ne savons pas ce qui est vrai au sujet de l'espace physique. Tout ce que nous pouvons dire, c'est que, si nous attribuons à l'espace les propriétés énoncées dans les axiomes d'une certaine géométrie, euclidienne ou pas, alors les mathématiques nous indiqueront les conséquences de cette attribution. La géométrie, dans ces conditions, ne nous fournit certainement pas des vérités sur le monde physique.

Les géométries non euclidiennes, ce triomphe de la raison, semèrent les germes d'un désastre intellectuel. Pour un temps, les mathématiciens, y compris Gauss, se tournèrent vers l'arithmétique, l'algèbre et l'analyse, en disant que là se trouvait la vérité des mathématiques. Mais au XIX<sup>e</sup> siècle on créa de nouvelles algèbres, avec respectivement les quaternions, les vecteurs et les matrices, algèbres qui ne respectent pas toutes les règles de l'arithmétique ordinaire. Par exemple, la multiplication des deux quaternions ou de deux matrices n'est, en général, pas commutative : alors que  $3 \times 4 = 4 \times 3$ , pour des quaternions  $a$  et  $b$ ,  $ab \neq ba$ . On commença à comprendre qu'il y a non pas une, mais des algèbres, comme il y a des géométries. Ainsi l'algèbre ordinaire était aussi une œuvre humaine; rien n'assurait que ses lois s'appliquaient au monde physique, et en fait cela n'a rien de nécessaire. Ainsi, si l'on mélange 2 cm<sup>3</sup> d'hydrogène gazeux et 1 cm<sup>3</sup> d'oxygène gazeux, on n'obtient pas 3 cm<sup>3</sup> de vapeur d'eau, mais seulement 2. Rien ne garantit donc que l'arithmétique doit s'appliquer au monde physique. L'algèbre et l'arithmétique n'offrent pas, elles non plus, des vérités.

Ce qui permit aux mathématiciens de survivre, ce fut le puissant remède que représentaient les merveilleux succès de leur science : en mécanique céleste, en acoustique, en dynamique des fluides, en résistance des matériaux, en optique, en électricité, en magnétisme, dans les sciences de l'ingénieur, les mathématiques per-

mettaient des prédictions d'une incroyable exactitude. Il fallait reconnaître un pouvoir essentiel, peut-être magique, à cette discipline : bien qu'elle se fût abusivement placée sous la protection invincible de la vérité, elle avait remporté de telles victoires grâce à quelque mystérieuse force intérieure. Il restait à expliquer l'extraordinaire aptitude des mathématiques à s'appliquer à la nature, mais le fait en soi était indéniable, et personne

### Géométrie imaginaire.

(Par Mr. N. Lobatschewsky, recteur de l'université de Cazan.)

Il y a à peu près cinq ans que j'ai fait insérer dans un journal scientifique qui paraissait à Cazan, quelques articles sur les éléments de la géométrie. Après y avoir développé une nouvelle théorie des parallèles, j'ai tâché de prouver que rien n'autorise, si ce ne sont les observations directes, de supposer dans un triangle rectiligne la somme des angles égale à deux angles droits, et que la géométrie n'en peut pas moins exister, si non dans la nature, au moins dans l'analyse, lorsqu'on admet l'hypothèse de la somme des angles moindre que la demi-circconférence du cercle. Dans les articles cités j'étais même parvenu, par des considérations toujours géo-

En 1829, Nikolai Ivanovitch Lobatchevski (1792-1856) avait fait paraître en russe, dans le *Courrier de Kazan*, un premier article sur la géométrie non euclidienne (hyperbolique). Mais c'est l'article publié en 1837 dans le *Journal für die reine und angewandte Mathematik* qui fit véritablement connaître la nouvelle « géométrie imaginaire ».

n'osait se priver de cet outil tout-puissant. Ainsi les mathématiques conservèrent leur place dans le monde intellectuel comme dans celui des sciences.

Mais le prestige des mathématiciens avait souffert. Qu'est-ce qui distinguerait, désormais, les nobles spéculations mathématiques des recherches terre à terre des autres scientifiques ? L'espoir de rendre la vérité aux mathématiques était à jamais perdu. Mais il était possible de rendre à la géométrie la rigueur des démonstrations, et d'introduire également dans les structures de l'arithmétique, de l'algèbre et de l'analyse des démonstrations rigoureuses.

Dans la seconde moitié du XIX<sup>e</sup> siècle, les mathématiciens donnèrent à leur discipline des fondements logiques appropriés. Un mouvement dit critique, commencé avec Bernard Bolzano et Augustin-Louis Cauchy, continué par Karl Weierstrass, Richard Dedekind, Georg Cantor, Giuseppe Peano, d'autres encore, donna pour la première fois à l'arithmétique, à l'algèbre et à l'analyse une base axiomatique. Grâce à Moritz Pasch, à David Hilbert, etc., la géométrie euclidienne et les autres géométries reçurent une meilleure base axiomatique.

Travaillant sur la question des fondements, Cantor, obligé de manier des collections variées de points et de nombres, créa une nouvelle branche des mathématiques dont on parle beaucoup aujourd'hui : la théorie des ensembles. Vers 1900, la stricte base logique des mathématiques était, en apparence, devenue parfaite. Au congrès de mathématiques réuni à Paris en 1900, Henri Poincaré, le plus grand mathématicien de son temps, affirma avec orgueil : « A présent nous pouvons dire qu'on a atteint la rigueur parfaite. »

#### La crise.

Si elle s'était achevée alors, l'histoire du développement des fondements des mathématiques aurait connu une fin heureuse. Mais la satisfaction procurée par la perfection logique récemment atteinte fut de courte durée. Les mathématiques étaient maintenant constituées par un ensemble de structures plutôt arbitraires, qui reposaient chacune sur son propre ensemble d'axiomes. Ces structures n'étaient pas des vérités, mais alors comment savoir si elles étaient consistantes ? En effet, chaque structure contient des centaines de théorèmes déduits

AMS (MOS) SUBJECT CLASSIFICATION SCHEME (1970)

- 01 Elementary exposition (collegiate level)
- 02 Advanced exposition (research surveys, etc.)
- 03 Historical
- 04 Explicit machine computation and programs (not the theory of computation or programming)
- A05 Relations, functions [See also 08A05.]
- A10 Transfinite numbers
- A15 Descriptive set theory; Borel classifications, Suslin schemes, etc. [See also 02K30, 28A05, 54H05.]
- A20 Combinatorial [See also 05A05.]
- A25 Axiom of choice and equivalent propositions (Zorn's Lemma, etc.) [See also 02K20.]
- A30 Continuum hypothesis, generalized continuum hypothesis [See also 02K25.]

**COMBINATORICS** { For finite fields, see 12Cxx. }

- 00 Difficult to classify at the second level (must also be assigned at least one other classification number in this section)
- 01 Elementary exposition (collegiate level)
- 02 Advanced exposition (research surveys, etc.)
- 03 Historical
- 04 Explicit machine computation and programs (not the theory of computation or programming)

**15Axx** Classical combinatorial problems

- A05 Combinatorial choice problems; subsets, representatives
- A10 Factorials, binomial coefficients, combinatorial functions
- A15 Combinatorial enumeration problems, generating functions
- A17 Partitions [See also 10A45.]
- A19 Combinatorial identities
- A20 Combinatorial inequalities
- A99 None of the above, but in this section

**15Bxx** Designs and configurations

- B05 Block designs [See also 62Kxx.]
- B10 Difference sets (number-theoretic, group-theoretic, etc.)
- B15 Orthogonal arrays, Latin squares
- B20 Matrices (incidence, Hadamard, etc.)
- B25 Finite geometries
- B30 Other designs, configurations
- B35 Matroids, geometric lattices
- B40 Packing and covering [See also 10E30, 52A45.]
- B45 Tessellation and tiling problems
- B99 None of the above, but in this section

**Cxx** Graph theory { For applications of graphs, see 04A20. }

- C05 Trees
- C10 Topological graph theory, embedding [See also 55A15, 55A25.]
- C15 Chromatic theory of graphs and maps
- C20 Directed graphs (digraphs)
- C25 Graphs and groups
- C30 Enumeration of graphs and maps
- C35 Paths and extremal problems
- C99 None of the above, but in this section

**06—XX ORDER, LATTICES, ORDERED ALGEBRAIC STRUCTURES**

- 00 Difficult to classify at the second level (must also be assigned at least one other classification number in this section)
- 01 Elementary exposition (collegiate level)
- 02 Advanced exposition (research surveys, etc.)
- 03 Historical
- 04 Explicit machine computation and programs (not the theory of computation or programming)
- A05 Total order
- A10 Partial order
- A15 Galois correspondence, closure operators
- A20 Lattices, semi-lattices, generalizations
- A23 Complete lattices
- A25 Complemented lattices, generalizations
- A30 Modular lattices, continuous geometries, generalizations [See also 16A30.]
- A35 Distributive lattices, generalizations
- A40 Boolean algebras and rings
- A45 Order topologies [See also 54F05.]
- A50 Ordered semigroups, other generalizations of groups
- A55 Ordered groups
- A60 Ordered abelian groups
- A65 Ordered linear spaces [See also 46A40.]
- A70 Ordered rings, algebras, modules [For ordered fields, see 10M15, 12J15.]
- A75 Other ordered algebraic structures

**08—XX GENERAL MATHEMATICAL SYSTEMS**

- 00 Difficult to classify at the second level (must also be assigned at least one other classification number in this section)
- 01 Elementary exposition (collegiate level)
- 02 Advanced exposition (research surveys, etc.)
- 03 Historical
- 04 Explicit machine computation and programs (not the theory of computation or programming)
- A05 Structure of general algebras and relational systems [For topological representation, see 54H10.]
- A10 Free algebras, sums, products, limits, colimits
- A15 Varieties of algebras and generalizations
- A20 Axiomatic model classes
- A25 Universal algebra

**10—XX NUMBER THEORY** { Excluding 10Axx and 10Mxx, this classification scheme does not distinguish work in the rational number fields from that in other algebraic number fields. }

- 00 Difficult to classify at the second level (must also be assigned at least one other classification number in this section)
- 01 Elementary exposition (collegiate level)
- 02 Advanced exposition (research surveys, etc.)
- 03 Historical
- 04 Explicit machine computation and programs (not the theory of computation or programming)